Les mathématiques et la physique : une relation privilégiée ?

par Alexandre D. Rivard, doctorant,
en collaboration avec Ghislain Samson, CREAS[1]
Université de Sherbrooke

Résumé

Dans le but d'exposer des liens entre les mathématiques et la physique, nous présentons quelques exemples que nous avons tirés d'articles de revues en enseignement des sciences et des mathématiques. En physique, les domaines abordés sont variés. Il y a des concepts en lien avec l'optique, avec le mouvement d'objets, avec l'électricité, etc. En mathématiques, les principaux domaines touchés sont ceux de la géométrie et des fonctions. L'article propose différents exemples montrant la complémentarité de ces deux disciplines.

Introduction

Le renouveau pédagogique actuel (MEQ, 2003, MELS, 2007) amène différents remaniements de l'enseignement des mathématiques, des sciences et de la technologie. Un élément important apparaissant dans ce programme est le concept d'interdisciplinarité. Effectivement, le programme propose l'utilisation de « situations interdisciplinaires qui offrent les dispositifs les plus féconds et les plus révélateurs. » (MELS, 2006, p. 8) ; « tout en prenant appui sur la spécificité de sa matière, l'enseignant doit amener les élèves à découvrir les liens qui peuvent être établis avec d'autres disciplines. De plus, il a avantage à soutenir, à l'occasion, le développement intégré de compétences par des activités interdisciplinaires menées dans la classe ou dans l'école. » (MELS, 2006, p. 22). Toutefois, il n'y a pas de situations interdisciplinaires proposées dans le programme, le défi revient donc aux enseignants et aux concepteurs de manuels.

Pourquoi s'intéresser aux liens entre les disciplines ? Que peuvent être ces liens ? Comment cela peut-il influencer l'enseignement ? Nous nous sommes intéressés à analyser la nature des liens entre les mathématiques et la physique à travers différents articles. Nous avons regardé des articles écrits entre 1995 et 2006. Nous présentons rapidement les raisons pour lesquelles nous nous intéressons à ces deux disciplines, pour passer ensuite à la façon dont nous avons procédé pour sélectionner les articles. Par la suite, nous présentons les exemples fournis dans les articles, des relations entre les mathématiques et la physique : d'abord les relations mathématiques-physiques qui ressortent dans des revues en enseignement des mathématiques, pour ensuite traiter de celles pointées dans les revues d'enseignement des sciences et de la technologie.

Pourquoi les mathématiques et la physique

Historiquement, les mathématiques et la physique ont longtemps fait partie du même domaine. Les philosophes comme Archimède et Aristote ne sont-ils pas considérés comme physicien et mathématicien ? De plus, nous retrouvons dans le premier dictionnaire mathématique de Ozanam (1691) des chapitres de physique : la mécanique, l'optique, l'hydraulique. Plusieurs savants ont d'ailleurs travaillé à la fois sur des objets mathématiques et sur des phénomènes physiques. Par exemple, il existe un théorème de Gauss en mathématiques[2] et en électromagnétique[3]. La physique a aussi permis aux mathématiques d'évoluer. Pour développer ce qu'on appelle aujourd'hui la mécanique classique, Newton a inventé un nouveau champ des mathématiques, le calcul différentiel et intégral. Inversement, certains objets physiques ont d'abord été mis en évidence à partir d'une réflexion mathématique. Par exemple en 1928, en généralisant l'équation de Schrödinger (expliquant les comportements des électrons dans des situations relativistes), Dirac s'aperçoit après coup que cette généralisation implique l'existence d'un électron positif (Durand, 2002). C'est l'apparition de l'antimatière. Sur le plan de leur développement historique, les mathématiques et la physique se sont mutuellement enrichies.

Ainsi, le fait de regarder un phénomène sous plus d'un angle[4] permet d'avoir une vision plus complexe du phénomène, et donc plus complète, pensons-nous. *Pour apprendre à se servir de ses propres ressources intellectuelles, un être humain doit être régulièrement amené à poser et à résoudre des problèmes, à prendre des décisions, à gérer des situations* ***complexes****, à conduire des projets ou des recherches, à piloter des processus à l'issue incertaine.* (Perrenoud, 2002 ; cité dans MELS 2007, Mathématique, p. 15). Le programme de formation propose aussi d'utiliser des situations complexes afin de « proposer des tâches variées qui rejoignent divers styles d'apprentissage » (MELS, 2007, Science et technologie, p. 15). Une situation complexe peut alors utiliser les connaissances de plus d'une discipline et aussi permettre de faire des liens entre ces disciplines. Ces liens peuvent amener les élèves à donner une signification aux mathématiques et à la physique, car ils les conçoivent à l'intérieur d'une même situation. La signification donnée par les élèves à ce qu'ils font a un impact sur leur implication et sur leur motivation (Roegiers, 2004).

Méthodologie

Les revues ont été choisies en fonction de leur accès via Internet et de leur disponibilité aux bibliothèques de l'Université de Sherbrooke[5]. Nous avons restreint nos recherches aux articles écrits entre 1995 et 2006. Dans un premier temps, différentes revues ont été sélectionnées en mathématiques : *ENVOL*[6], *Le Bulletin de l'AMQ*[7], *Accromath*[8], *Educationnal Studies in Mathematics*, *Petit x*[9]. Dans un second temps, les revues retenues en sciences et technologie sont *Spectre*, *Science Teacher*, *Didaskalia*, *ASTER*, *School Science and Mathematic*.

Dans l'ensemble de ces revues, nous regardions si le titre ou le résumé proposaient des liens *explicites* entre les mathématiques et la physique. Par exemple l'article de Lacroix (2004) s'intitule *La résolution de problèmes, Paraboles et miroirs*. Voici donc en bref, les principaux constats à la suite d'une analyse plus approfondie.

Du point de vue des mathématiques

Mentionnons d'abord que nous avons retenu neuf articles dans les revues de mathématiques (Béguin, Gurtner, Marcellus, Denzler, Tryphon et Vitale, 1994-1995, 1995-1996a, 1995-1996b[10] ; Lacroix, 1999, 2004, 2005, 2006 ; Rekada et Lesiak, 2003 ; Rousseau et Saint-Aubin, 2007) qui traitent de mathématiques et de physique. La plupart des articles se retrouvent dans la revue *ENVOL*. Deux grands domaines mathématiques sont mis en lien avec la physique dans les articles conservés.

Le premier domaine est celui de la géométrie (cinq articles sur les neuf). Cette dernière est mise en lien avec l'optique. Le premier exemple proposé (Lacroix, 1999) utilise la mesure d'angle d'un faisceau lumineux passant par un écran afin d'y travailler l'homothétie d'un objet lors d'un jeu de lumière et d'ombre. Il utilise différentes sources de lumière (une et deux lumières ponctuelles, une ampoule faite en long). Les élèves doivent prévoir l'image qui sera ainsi formée. Différentes questions sont aussi posées afin d'anticiper l'ombre qui sera créée lorsque l'écran, la source ou l'objet sont déplacés. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, l'auteur réutilise le contexte pour faire le lien avec le rapport de similitude de deux figures semblables. Le deuxième exemple se retrouve dans l'article de Lacroix (2004). Dans cet article, l'auteur utilise les propriétés des coniques (directrices, foyer, centre de courbure) afin d'expliquer mathématiquement pourquoi tout rayon lumineux parallèle à l'axe principal d'un miroir parabolique est réfléchi vers le foyer. Dans l'article de Rousseau et de Saint-Aubin (2007), les mêmes concepts sont réutilisés. Les auteurs réfèrent aux propriétés des paraboles et montrent des applications de ces objets mathématiques dans la vie réelle : les antennes paraboliques, les radars, les phares d'autos, les télescopes et les fours solaires. Dans deux de ses articles, Lacroix (2005, 2006) donne différentes utilisations de la notion d'angle en physique. Dans un premier cas, il utilise la mesure angulaire d'un objet et les concepts trigonométriques afin de mettre en relation la distance de l'objet et sa grosseur. De plus, nous y retrouvons aussi des liens avec la mécanique classique où la trigonométrie est utilisée dans les plans inclinés. Ainsi, l'auteur donne du sens à l'inclinaison des routes et la mesure de l'angle de la route. En utilisant le coefficient de frottement d'un pneu d'une voiture, il arrive à la conclusion qu'une route ayant une inclinaison de plus de 35 degrés serait impossible à monter en voiture.

Le deuxième domaine mathématique qui est abordé pour faire des liens avec la physique est celui des fonctions (quatre articles sur les neuf). Dans trois des articles (Béguin *et al.*, 1994-1995, 1995-1996a, 1995-1996b), la physique sert de contexte à la modélisation. Un des exemples utilisés par les auteurs est le refroidissement de l'eau en fonction du temps qui s'écoule. Les élèvent sont amenés à faire une description du phénomène et à en faire une interprétation. Les auteurs s'intéressent aux représentations des élèves. L'intention des chercheurs de cette recherche est que les élèves fassent des liens entre les représentations qu'ils utilisent et la situation modélisée. Dans le dernier (Rekada et Lesiak, 2003), les auteurs ne donnent pas d'exemples d'activités précises, mais ils mentionnent des phénomènes pouvant s'interpréter comme une fonction. Il y a des exemples de relations linéaires (Loi de Hooke, la pression exercée sur une surface, la relation entre le frottement et la force normale, la relation entre la puissance et la vitesse, la relation entre le travail et la force de déplacement et la relation entre l'énergie potentielle gravitationnelle et la hauteur de l'objet) et des exemples de fonctions quadratiques (la relation entre la distance et la vitesse dans un mouvement rectiligne uniformément accéléré, la relation entre l'énergie cinétique et la vitesse d'un objet).

Du point de vue de la physique

Sur les neuf articles retenus, deux articles sont en lien avec l'optique et la géométrie : l'un propose de mesurer la circonférence de la Terre en utilisant l'ombre d'un bâton dans plusieurs villes de la planète à une heure donnée (Di Folco et Jasmin, 2003). Pour sa part, l'autre rend compte d'une activité où les élèves doivent mesurer la hauteur du Soleil (Merie et Munier, 2003). Les élèves sont libres d'élaborer une méthode de leur choix. Cette activité est proposée à des élèves de 10 et 11 ans. Certains élèves utilisent une règle pour « prendre la hauteur du Soleil » à partir du sol, d'autres emploient un bâton en mesurant la longueur de son ombre ou mesurent l'angle de l'ombre fait par rapport à l'Est. Certains ont aussi utilisé la visée[11]. Les auteurs mentionnent que les élèves trouvent que l'utilisation de l'angle, en utilisant l'ombre du bâton ou celui fait par la visée, s'avère le moyen le plus efficace pour mesurer la hauteur du Soleil.

Matthews (2001) montre que les mathématiques peuvent être utilisées pour prouver algébriquement que seules la longueur d'un pendule et sa distance par rapport à la position initiale (au repos) ont une influence sur l'oscillation de ce dernier. Ici, c'est l'algèbre qui est mise en lien avec la mécanique.

L'électricité et la représentation graphique sont mises en lien dans trois articles (Malafosse, Lerouge et Dusseau, 2000, 2001 ; Malafosse et Lerouge, 2000). Les auteurs traitent de la difficulté de faire le passage entre le registre mathématique et le registre physique lors de l'apprentissage de la loi d'Ohm. Par exemple, les auteurs présentent un tableau où il y a des mesures de tension et d'intensité et demandent aux élèves de faire ressortir des régularités. Les élèves additionnent les tensions et les intensités sans tenir compte de la nature de chacun des nombres. Ils ne se concentrent ainsi que sur les nombres et oublient les unités de mesure associées aux nombres. Pour ces auteurs, le transfert des connaissances mathématiques n'est donc pas naturel lors de l'apprentissage de la loi d'Ohm.

Un autre article mentionne qu'il y a des liens entre les graphiques utilisés en mathématiques et la physique. Judson et Sawada (2000) utilisent la calculatrice dans les cours de sciences pour afficher les graphiques. Malheureusement, ils n'explicitent pas davantage comment ils intègrent les mathématiques au cours de physique. Ils ne décrivent pas d'activités présentées.

Les derniers articles (Schwalbach et Dosemagen, 2000 ; Marragonnelle 2004) font des liens entre le calcul différentiel et intégral et la mécanique. Dans ces deux articles, les auteurs en viennent à la conclusion que le calcul infinitésimal est mieux compris lorsqu'il se fait en parallèle avec l'apprentissage des concepts physiques. Ainsi, ce champ des mathématiques devient plus concret.

Discussion et conclusion

Dans les revues que nous avons analysées, seulement 18 articles ont été repérés traitant explicitement de liens entre les mathématiques et la physique. Ces différents articles soulèvent plusieurs questions. D'abord, le nombre réduit d'articles sur la période choisie questionne l'intérêt dans le monde de l'éducation pour l'arrimage des mathématiques et de la physique. Est-ce que les liens mathématiques-physiques sont si évidents que le prétend l'histoire ? Dans un des articles (Judson et Sawada, 2000), les auteurs se demandent s'il faut que les enseignants soient compétents dans les deux disciplines pour voir les liens entre elles. Une question très pertinente, car Lacroix (1999, 2004, 2005, 2006) ayant écrit plusieurs articles dans la revue mathématique *ENVOL* est un enseignant de sciences et de mathématiques. Si l'objectif des mathématiques est de décontextualiser une situation pour en faire ressortir les régularités ou la représenter abstraitement, il y a un pont possible à faire avec la physique : les lois en physique se veulent justement être la généralisation d'une situation particulière. Elles sont d'ailleurs exprimées mathématiquement. Cependant, le transfert mathématique-physique ne semble pas aussi trivial que Malafosse et ses collaborateurs (2000, 2001) le prétendent. Pourtant, d'autres auteurs (Marragonnelle, 2004, Schwalbach et Dosemagen, 2000) disent que les liens entre ces deux disciplines aident à la compréhension des concepts mathématiques et physiques.

Est-ce que les mathématiques ne sont qu'un langage de la physique ? Il ne s'agit pas seulement d'un langage, car les mathématiques sont aussi une façon de penser (Levy-Leblond, 1982). Il serait aussi faux de dire que la physique s'arrête aux lois énoncées mathématiquement. Cependant, elle ne peut pas réellement s'en passer. Même si les mathématiques peuvent être amenées de façon purement abstraite, la physique est toutefois une belle occasion de montrer comment s'appliquent les mathématiques. Certains concepts mathématiques, comme les fonctions, pourraient prendre plus de sens en puisant dans des domaines physiques.

Avec l'implantation prochaine du nouveau programme au second cycle du secondaire, notre article tente de donner quelques pistes qui peuvent être explorées afin de relier les mathématiques et la physique à l'école secondaire. D'ailleurs, les mathématiques et les sciences et la technologie se retrouvent dans le même chapitre (même domaine d'apprentissage) dans le nouveau programme (MEQ, 2003 ; MELS, 2006). L'existence d'articles traitant de mathématiques et de physique nous montre que des arrimages sont possibles, voire nécessaires. Le défi à relever est de favoriser des activités d'apprentissages interdisciplinaires avec ces deux disciplines. Doit-on les préparer individuellement ou dans le cadre d'une équipe-école ? Est-ce que c'est à l'enseignant de sciences et de technologie ou à l'enseignant de mathématique de prendre le leadership ? Voilà autant de questions auxquelles nous tentons de répondre au seins du CREAS.

Ce travail a été produit dans le cadre des travaux du CREAS, financé par le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada. ■

Notes

[1] Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences, Université de Sherbrooke, financé par le CRSNG.

[2] **Théorème de Gauss :**
Soient a, b et c *3* (sic) entiers relatifs non nuls.
Si a divise le produit bc et si a est premier avec b, alors a divise c.
http://homeomath.imingo.net/arigauss.htm

[3] $$\oiint_{\text{Surface de Gauss}} \vec{E} \bullet \partial\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

où $\vec{E}$ est le vecteur du champ électrique ; ∂A est le vecteur élément de surface ; q_{int} est la charge intérieure de la surface de Gauss et ε_0 est la permittivité du vide ($8,85 \times 10^{-12}\ C^2/N{\bullet}m^2$) (Serway, 1986, p. 40).

[4] Un angle mathématique ou un angle physique, par exemple.

[5] Pour des raisons de temps, nous avons choisi de sélectionner dix revues : cinq en mathématiques et cinq en sciences et technologie.

[6] Distribué par le Groupe des responsables en mathématique au secondaire [GRMS].

[7] Association Mathématique du Québec.

[8] Institut des sciences mathématiques.

[9] Distribué par l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, à Grenoble.

[10] Il s'agit de la même recherche présentée en trois articles.

[11] Il s'agit d'un rapporteur d'angle où il y a une partie pour pointer le Soleil, donnant ainsi la mesure de l'angle par rapport à l'horizontal.

Références bibliographiques

Béguin C., Gurtner J.L., de Marcellus O., Denzler M., Tryphon A. et Vitale B. (1994-1995). Activités de représentation et de modélisation dans une approche exploratoire de la mathématique et des sciences, Première partie, Les activités de représentation. *Petit x*, 38, p. 41-71.

Béguin C., Gurtner J.L., de Marcellus O., Denzler M., Tryphon A. et Vitale B. (1995-1996a). Activités de représentation et de modélisation dans une approche exploratoire de la mathématique et des sciences, Deuxième partie, Les activités de modélisation dans le continu. *Petit x*, 41, p. 51-82.

Béguin C., Gurtner J.L., de Marcellus O., Denzler M., Tryphon A. et Vitale B. (1995-1996b). Activités de représentation et de modélisation dans une approche exploratoire de la mathématique et des sciences, Troisième partie, Les activités de modélisation dans le discret; conclusions générales et enjeux pédagogiques. *Petit x*, 42, p. 5-27.

Di Folco E., Jasmin D. (2003). Mesurer la terre avec un bâton : « Sur les pas d'Ératosthène ». *Aster*, 36, p. 163-167.

Durand S. (2002). Conférence clôture du congrès, L'imagination mathématique. *Bulletin AMQ*, XLII (1), p. 8-16.

Judson, E., Sawada, D. (2000). Examining the effects of a reformed junior high school science class on students' math achievement. *School Science and Mathematics*, 100 (8), p. 419-425.

Lacroix, R. (1999). Les rayons et les ombres. *ENVOL*, 109, p. 31-42.

Lacroix, R. (2004). La résolution de problèmes, Paraboles et miroirs. *ENVOL*, 128, p. 42- 50.

Lacroix, R. (2005). Angles et distances, première partie. *ENVOL*, 132, p. 9-13.

Lacroix, R. (2006). Angles et distances, deuxième partie. *ENVOL*, 134, p. 35-41.

Levy-Leblond, J.-M. (1982). Physique et mathématiques, dans *Penser les mathématiques*, Arpery R, Dieudonné J., Mandelbrot M., Thom R. (dir.). Séminaire de l'École normale supérieure, Seuil, p. 195-210.

Malafosse D., Lerouge A. (2000). Ruptures et continuités entre la physique et mathématique à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires. *Aster*, 30, p. 64-85.

Malafosse D., Lerouge A., Dusseau J.-M. (2000). Étude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia*, 16, p. 81-106.

Malafosse D., Lerouge A., Dusseau J.-M. (2001). Étude en inter-didactique des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : changement de cadre de rationalité. *Didaskalia*, 18, p. 61-98.

Marragonnelle, K. A. (2004). How students use physics to reason about calculus tasks. *School Science and Mathematics*, 104 (6), p. 258-272.

Matthews M. R. (2001). How pendulum studies can promote knowledge of the nature of science. *Journal of Science Education and Technology*, 10 (4), p. 359-368.

Merle H., Munier V. (2003). Comment conceptualiser la hauteur du Soleil en tant qu'angle au cycle 3 ? *Aster*, 36, p. 39-68.

Ministère de l'Éducation du Québec (2003). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, 1er cycle.* Québec, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2007). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, 2e cycle.* Québec, Gouvernement du Québec.

Ozanam, J. (1691). *Dictionnaire Mathématique ou Idée Générale des Mathématiques*. Reproduction de textes anciens, 1982, par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques [IREM], Université Paris VII, Édition reproduite. Paris, Étienne Michalet.

Rekada, M., Lesiak, J. (2003). Le lien mathématiques-physique au second cycle du secondaire. *ENVOL*, 125, p. 19-24.

Roegier, X. (2004). *L'école et l'évaluation. Des situations pour évaluer les compétences des élèves*. Bruxelles, De Boeck Université.

Rousseau C. & Saint-Aubin Y. (2007). Les miroirs ardents. *Accromath*, 2, p. 2-5.

Schwalbach, E. M., Dosemagen, D. M. (2000). Developing student understanding: contextualizing calculus concepts. *School Science and Mathematics*, 100 (2), p. 90-98.

Serway, R. A. (1986). *Physique II, Électricité et magnétisme*, traduction par Robert Morin. Montréal, Éditions HRW.