

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

ESSAI PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION CONCENTRATION ORTHOPÉDAGOGIE

PAR  
FABIENNE CÔTÉ PELLETIER

UNE ANALYSE DIDACTIQUE D'OUTILS D'ÉVALUATION  
ORTHOPÉDAGOGIQUE SUR LES OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES

AVRIL 2022

## Sommaire

Le présent essai porte sur l'évaluation orthopédagogique en mathématiques, plus particulièrement sur les outils proposés aux intervenants pour évaluer la compréhension des élèves en difficulté en arithmétique. On y présente un contexte social et scientifique dans lequel nous observons un bon nombre d'élèves en difficulté en mathématiques, mais que peu d'intervenants semblent avoir les ressources nécessaires pour répondre à leurs besoins. Aussi, nous observons le peu d'études s'intéressant particulièrement à l'évaluation et à l'intervention orthopédagogique en mathématiques ainsi qu'aux outils actuellement utilisés dans le milieu scolaire. Nous nous sommes alors penchées sur une caractérisation des outils d'évaluation et des interventions qui permettent aux élèves en difficulté en mathématiques de construire des connaissances. À cette fin, nous établissons un portrait global des outils employés dans une région donnée, pour ensuite en sélectionner un plus petit corpus, afin d'approfondir une analyse didactique de ceux-ci, à l'aide de différents critères propres aux quatre opérations arithmétiques. Cette analyse didactique nous permet de dégager des faits importants quant au découpage des savoirs proposés, à la prise en compte des différentes variables didactiques, au niveau de complexité des tâches présentées, aux portraits finaux produits et aux interventions que chacun des outils propose. Nous concluons sur ces derniers éléments en évoquant la validité et la fiabilité de l'évaluation orthopédagogique en mathématiques menant à des interventions efficaces permettant aux élèves en difficulté de construire un savoir arithmétique consolidé.

## Table des matières

<b>Sommaire</b>	ii
<b>Table des matières</b>	iii
<b>Liste des Tableaux</b>	vi
<b>Liste des figures</b>	viii
<b>Introduction</b>	1
<b>Chapitre 1 Problématique</b>	4
<b>1.1 Contexte social</b>	5
<b>1.2 Contexte scientifique</b>	12
<b>1.3 Question et objectifs de recherche</b>	22
<b>Chapitre 2 Cadre conceptuel</b>	39
<b>2.1 Portrait de l'élève présentant des difficultés persistantes en mathématiques</b>	40
<b>2.2 L'évaluation orthopédagogique</b>	43
<b>2.3 La construction des savoirs : la compréhension des concepts</b>	44
<b>2.3.1 Le concept mathématique</b>	44
<b>2.3.2 Le développement d'un concept mathématique</b>	45
<b>2.4 Une construction systémique des savoirs</b>	47
<b>2.4.1 Les structures additives selon Vergnaud (1983, 1991 et 2013)</b>	48
<b>2.4.2 Les structures multiplicatives selon Vergnaud (2013 et 1983)</b>	50
<b>2.5 Les erreurs possibles et les variables didactiques</b>	53
<b>2.6 Objectifs de recherche</b>	59
<b>Chapitre 3 Méthodologie</b>	60
<b>3.1 Type de méthodologie</b>	61
<b>3.2 Questionnaire d'enquête préalable et portrait des participants</b>	62
<b>3.3 Sélection des outils</b>	67
<b>3.4 Collecte et organisation des données</b>	68
<b>Chapitre 4 Résultats</b>	72
<b>4.1 Description générale de l'AEO</b>	73

<b>4.2 Description générale de KeyMath 3</b>	75
<b>4.3 Description de la construction des données</b>	77
<b>4.4 Description des résultats : faits globaux</b>	80
<b>4.5 Description des résultats de l'analyse des items portant sur le sens</b>	82
<b>4.5.1 Description des résultats d'analyse du sens, AEO</b>	82
<b>4.5.2 Description des résultats d'analyse du sens, KeyMath 3</b>	91
<b>4.5.3 Description des résultats d'analyse du calcul, AEO</b>	97
<b>4.5.4 Description des résultats d'analyse du calcul KeyMath 3</b>	105
<b>4.6 Description des résultats d'analyse sur les pistes d'intervention proposées</b>	111
<b>Chapitre 5 Discussion</b>	112
<b>5.1 L'analyse globale des outils</b>	115
<b>5.2 Le découpage du savoir</b>	121
<b>5.3 La prise en compte des variables didactiques</b>	123
<b>5.4 Le niveau d'acquisition et le niveau des tâches proposées</b>	125
<b>5.5 Les portraits finaux et les interventions proposées</b>	126
<b>Conclusion</b>	130
<b>Références</b>	135
<b>Appendice A</b>	140
<b>Appendice B</b>	143
<b>Appendice C</b>	148

## Liste des Tableaux

Tableau 1. Six grandes classes de problèmes additifs.....	49
Tableau 2. Six grandes catégories de relations additives .....	50
Tableau 3. Faits globaux .....	81
Tableau 4. Structures selon le niveau scolaire et les valeurs numériques – AEO .....	83
Tableau 5. Types de mise en relation – AEO .....	89
Tableau 6. Caractéristiques de la présentation des tâches - AEO .....	91
Tableau 7. Nature et valeur des données numériques – KeyMath 3.....	93
Tableau 8. Types de mise en relation – KeyMath 3.....	95
Tableau 9. Caractéristiques de la présentation des tâches – KeyMath 3.....	97
Tableau 10. Faits numériques des items sur le calcul – AEO .....	98
Tableau 11. Types de tâches demandées – AEO .....	102
Tableau 12. Caractéristiques des calculs – AEO .....	105
Tableau 13. Faits numériques des items sur le calcul – KeyMath 3.....	106
Tableau 14. Types de tâches demandées – KeyMath 3 .....	108
Tableau 15. Caractéristiques des calculs – KeyMath 3.....	110
Tableau 16. Description du questionnaire aux participants .....	141

Tableau 17. Portrait des participants.....	144
Tableau 18. Données brutes de l'analyse des items sur le calcul - AEO .....	149
Tableau 19. Données brutes de l'analyse des items sur le sens – AEO .....	151
Tableau 20. Données brutes de l'analyse des items sur le calcul – KeyMath 3.....	153
Tableau 21. Données brutes de l'analyse des items sur le sens – KeyMath 3 .....	154

## Liste des figures

Figure 1. Isomorphisme de mesure .....	51
Figure 2. Objectifs d'évaluation .....	145
Figure 3. Champs mathématiques évalués .....	145
Figure 4. Types d'outils d'évaluation utilisés .....	146
Figure 5. Outils d'évaluation standardisés utilisés .....	146
Figure 6. Outils recensés utilisés pour évaluer les mathématiques .....	147
Figure 7. Pistes d'intervention proposées .....	147

## **Introduction**



Dans le cadre de notre pratique professionnelle d'orthopédagogie au primaire et au secondaire, nous avons eu à rencontrer une part considérable d'élèves en difficulté en mathématiques. Plusieurs des erreurs effectuées par les élèves ont été particulièrement observées lors des tâches impliquant une ou plusieurs activités parmi les quatre opérations arithmétiques. De plus, nous avons pu observer que bon nombre d'erreurs dans une même opération peuvent être de nature différente, soit sur l'identification de l'opération à effectuer ou encore sur des concepts et des procédures reliés aux calculs. Fait est de constater que ces erreurs peuvent aussi avoir plus d'une cause. Ainsi, la traduction de la compréhension de l'élève par l'orthopédagogue devient alors très complexe et rend la planification de l'intervention auprès de ces élèves, difficile. Il devient en effet ardu de cibler adéquatement les savoirs qui causent les difficultés ou des ruptures de compréhension et d'intervenir efficacement auprès d'un apprenant.

Notre pratique professionnelle nous a aussi amenées à réfléchir sur le domaine de l'orthopédagogie au Québec ; nous avons manifestement eu l'impression que les pratiques courantes ne sont majoritairement pas en faveur des mathématiques. Selon des auteurs québécois (Giroux et Sainte-Marie, 2015), la lecture aurait été mise de l'avant dans les choix d'interventions orthopédagogiques. Les chercheuses expliquent ce phénomène par le fait que depuis les années 2000, résultant de nombreuses études sur la dyslexie, l'orthopédagogie a eu un important essor dans l'évaluation et l'intervention des difficultés en lecture. Ainsi, l'évaluation et l'intervention en mathématiques furent quelque peu délaissées. Encore aujourd'hui, dans plusieurs milieux scolaires, les mathématiques semblent peu travaillées avec les élèves en difficulté au début de la scolarisation. Ayant

côtoyé plusieurs orthopédagogues de différents contextes professionnels, nous avons décelé dans la plupart des cas un manque de moyens (exemple : temps, effectifs, monétaires, etc.) ou un manque de connaissances occasionnant l'offre de peu de services orthopédagogiques de qualité en mathématiques aux élèves en démontrant le besoin, alors que l'on sait qu'une maîtrise des savoirs notionnels est nécessaire à une intervention permettant à l'élève de construire ses connaissances (Fortier-Moreau, 2016). De plus, nous avons aussi pris conscience du petit nombre d'outils disponibles permettant d'évaluer les connaissances et les compétences des élèves en mathématiques. Cela semble être un problème prédominant. Giroux et Sainte-Marie (2015) mentionnent même que ces outils d'évaluation seraient rares et, selon plusieurs professionnels, aborderaient très peu l'articulation partant de l'évaluation à l'intervention.

Notre essai s'intéresse à ces aspects problématiques examinant les outils orthopédagogiques d'évaluation mathématiques en regard de l'interaction entre l'évaluation et l'intervention qui y fait suite. Dans le texte qui suit, nous procédons à la présentation de la problématique de cette étude, de son cadre théorique, des outils mathématiques sélectionnés et de l'analyse des résultats. Des conclusions en sont par la suite dégagées.

## **Chapitre 1 Problématique**

Dans ce chapitre sont présentés les différents contextes social et scientifique propres à notre essai. En conclusion, les pertinences sociale et scientifique du projet sont exposées, pour terminer avec la présentation de la question de recherche.

### **1.1 Contexte social**

Afin de rendre compte du contexte social de notre recherche, il est impératif de décrire dans un premier temps le rôle de l'orthopédagogue quant à l'évaluation et l'intervention auprès des élèves en difficulté. Nous constatons que la définition de l'orthopédagogie elle-même s'est construite au fil du temps. Un aperçu de l'historique ainsi que des différentes compétences nous permet d'établir un rôle plus précis de cet intervenant, celui considéré dans ce présent essai. Par la suite, nous abordons les documents des autorités ministérielles appuyant la profession, la formation initiale des orthopédagogues quant à la didactique des mathématiques et aux interventions y étant reliées, une possible méconnaissance de la discipline et une certaine appréhension de celle-ci. Puis, de par notre propre pratique, nous nous penchons sur le nombre d'outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques.

L'orthopédagogie a vu le jour lors de la Révolution tranquille, vers 1960 (Association des orthopédagogues du Québec, 2018). La création d'un nouveau système scolaire québécois et de nouveaux objectifs, dont celui d'accueillir les enfants identifiés comme « inadaptés » et de leur fournir un service d'éducation, a pour effet l'apparition de

plusieurs corps de métier comme l'orthopédagogie. Il est ici important de rappeler que le terme orthopédagogie est presque uniquement un terme québécois, né de ce projet. Dans ces années, le rôle de l'orthopédagogue reste incertain et diffère selon les milieux. Certains milieux le définissent comme soutien à la pédagogie, d'autres comme un titulaire de classe adaptée ou encore comme un spécialiste pouvant émettre des diagnostics; bien que cela n'ait jamais été possible dans la réalité scolaire. Avec les années, des approches cliniques ont été développées, puis une approche complètement différente, basée sur le soutien à l'enseignement, appuyée par les formations universitaires et leurs modifications apportées à leurs différents programmes. Vers 1995 à 2015, des expertises professionnelles ont été développées par la recherche, enrichissant et précisant davantage le rôle de l'orthopédagogue. Selon l'Association des orthopédagogues du Québec (2018), c'est aussi à ce moment qu'une double identité de l'orthopédagogie est apparue, soit l'orthopédagogue dit « professionnel » œuvrant davantage avec uniquement les élèves ayant des difficultés d'apprentissage en évaluant et en intervenant, de manière isolée, et celui étant plus en soutien à l'enseignement, œuvrant plutôt en collaboration avec les enseignants. À la lecture des besoins des milieux et en lien avec le développement des données probantes par la recherche, une définition plus moderne du rôle de l'orthopédagogue s'est finalement développée.

Dans l'objectif de préciser le rôle de l'orthopédagogue qui est encore bien incertain, des référentiels de compétences professionnelles ont été mis sur pied. Des auteurs se sont aussi intéressés particulièrement à la définition du rôle attendu de l'orthopédagogue. L'Association des orthopédagogues du Québec (2018) ainsi que le

Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie (Brodeur et al., 2015) ont chacun établi un référentiel de compétences professionnelles. De son côté, afin de soutenir la formation des orthopédagogues, le Comité interuniversitaire a établi des compétences à partir d'une définition de l'orthopédagogie qui se veut une profession œuvrant dans l'évaluation-intervention auprès des élèves ayant des difficultés d'apprentissage en lecture, en écriture et en mathématiques (Brodeur et al., 2015). D'un autre côté, l'Association des orthopédagogues du Québec (2018) crée elle aussi un référentiel des compétences professionnelles pour spécifier le rôle et les responsabilités d'un orthopédagogue en pratique. Le rôle de l'orthopédagogue se veut donc un rôle complexe, intégrant plusieurs compétences spécifiques.

Selon Loyer (2019), en regard des différentes compétences identifiées précédemment exposées, l'orthopédagogue a un rôle de collaboration avec les différents acteurs, dont principalement les enseignants, dans le soutien à l'enseignement-apprentissage, ayant pour objectif la réussite du plus grand nombre d'élèves possibles. À l'aide d'évaluation et d'interventions, l'orthopédagogue soutient l'enseignement-apprentissages des élèves en difficulté. Il peut le faire selon différentes modalités, en interventions directes à l'extérieur de la classe, en intervention directe à l'intérieur de la classe ou en intervention indirect (Trépanier et Paré, 2010). Le travail de l'orthopédagogue se fait aussi en prévention des difficultés, mais aussi en remédiation ou en rééducation de notions lorsque les difficultés sont identifiées, à la suite d'évaluation (Loyer, 2019). Il est donc possible de dire que l'évaluation et l'intervention orthopédagogique en

mathématiques auraient pour finalité le soutien à l'élève dans la construction de ses savoirs et compétences mathématiques. C'est donc ce rôle que nous retenons dans le contexte de cette présente recherche. Il est donc pertinent de s'intéresser aux différents documents proposés par les autorités ministérielles au regard du soutien à l'élève en difficulté dans la construction de ses apprentissages en arithmétique.

En dépit du fait que les difficultés d'apprentissage en mathématiques semblent plutôt délaissées au Québec, les autorités gouvernementales leur ont tout de même donné une certaine importance dans le milieu de l'éducation. En réponse au rapport d'évaluation du SIAA de 2010 (Stratégie d'intervention d'agir autrement), celui-ci exposant le peu de changement au niveau de la réussite et des apprentissages des élèves de milieux défavorisés, le ministère a mis sur pied le programme *Agir autrement en mathématiques pour la réussite des élèves en milieux défavorisés* (Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2012). Ce programme visait à centrer les effectifs sur les principaux facteurs du décrochage scolaire, plus précisément ici la réussite en numératie. Il expose les approches dites efficaces en matière d'enseignement des mathématiques selon la recherche. Le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2012) fait mention de la prise de décision basée sur le portrait des élèves, des interventions qui soutiennent l'accès aux apprentissages et des pratiques collaboratives. Cependant, ces dernières approches restent des approches pédagogiques privilégiées en classe, s'adressant aux enseignants. Bien qu'il ait une véritable utilité auprès des enseignants, le programme concerne d'abord les interventions de premier plan. Avec les années, d'autres documents ministériels furent produits, appuyant l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Le plus récent, le

Référentiel d'intervention en mathématique (ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, 2019) présente deux fondements de l'enseignement de cette matière, soit le fait de donner du sens à la compréhension d'un concept mathématique et le fait de partir de la résolution de problème pour amener l'élève à développer des concepts mathématiques. Ce dernier document étant aussi destiné aux intervenants de premier plan. Le travail des orthopédagogues, se situant généralement dans l'intensification et la rééducation plutôt que l'enseignement, ne peut être appuyé en totalité par ces documents. De plus, certains auteurs révoquent l'approche gouvernementale, expliquant que cette approche adopte une perspective centrée surtout sur les caractéristiques de l'apprenant, éloignant ainsi les variables didactiques et pédagogiques pouvant influencer la réussite des élèves (Rajotte, Giroux et Voyer, 2014). Ces documents ministériels se distancent donc considérablement du sujet abordé dans cet essai. Nous n'avons pas réussi à relever d'autres documents traitant de l'évaluation orthopédagogique en mathématiques ou des difficultés en cette matière de la part des autorités ministérielles.

Du côté de la formation initiale, afin de devenir orthopédagogues, les intervenants doivent compléter un baccalauréat en adaptation scolaire et sociale. S'adressant autant aux enseignants en adaptation scolaire pouvant œuvrer dans différents milieux et dans des classes particulières accueillant diverses clientèles qu'aux orthopédagogues. Cette formation couvre un large éventail de disciplines scolaires et de sujets se rapportant à la gestion des comportements ou de certaines pathologies en particulier. La grande variété de cours laisse donc peu de place à la formation spécifique en didactique et en intervention en mathématiques. Des universités comme l'Université du Québec à Montréal (UQAM)



et l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR) offrent ce genre de formation initiale dans laquelle peu de crédits sont consacrés aux mathématiques, soit uniquement 15 crédits sur un total de 120 (Faculté des sciences de l'éducation, 2020 et Université du Québec à Trois-Rivières, 2019). L'UQAM offre cependant un cours additionnel abordant l'intervention en mathématiques. Cela pourrait donc expliquer les difficultés d'intervention rencontrées par certains intervenants en pratique. Puis, pour ceux qui le souhaitent, il y a la possibilité de poursuivre sa formation au deuxième cycle, à la maîtrise.

À l'égard de la formation de deuxième cycle, comme nommé précédemment, un *Référentiel de compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie* (Brodeur et al., 2015) a été mis sur pied afin d'assurer une formation des orthopédagogues de qualité et maintenir une expertise professionnelle de haut niveau. C'est en considérant l'augmentation de la proportion de personnes (et non seulement « d'élèves ») ayant des difficultés d'apprentissage depuis le début du 21<sup>e</sup> siècle, la diversité des services maintenant disponibles dans plusieurs milieux ainsi que l'évolution constante des savoirs scientifiques en orthopédagogie que le document a vu le jour. Celui-ci s'appuie sur trois axes définissant la tâche orthopédagogique : l'évaluation et l'intervention spécialisée de la lecture, de l'écriture, des mathématiques et des stratégies d'autorégulation ; la collaboration et le soutien aux apprentissages, et enfin ; l'éthique, la culture et le développement professionnel. Le référentiel met aussi l'accent sur l'importance d'un grand corpus de connaissances scientifiques sur lequel repose l'établissement d'interventions orthopédagogiques efficaces. Ayant été créé par un comité contenant des membres de toutes les universités québécoises, soit le Comité interuniversitaire sur les

orientations et les compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie, le présent document établit les lignes directrices de la profession d'orthopédagogue et en décrit les compétences professionnelles. L'objectif d'un tel document étant donc d'établir des compétences et non de prescrire des procédures, des outils d'évaluation et d'intervention ou encore moins d'imposer des connaissances exactes. Le choix des moyens d'évaluation et d'intervention est laissé à l'expertise du professionnel, en toute liberté.

De plus, sachant que l'objet de savoir, soit les mathématiques, en est un très complexe se définissant par de multiples concepts, une méconnaissance de celui-ci par des intervenants est fort possible malgré les formations professionnelles initiales. Considérant aussi l'appréhension que certains intervenants et que plusieurs apprenants ont devant cette matière, l'ayant constaté dans notre pratique professionnelle, il est possible d'observer un manque au niveau du développement professionnel des orthopédagogues, pour ce qui est des mathématiques. Ceci peut aussi être expliqué par le développement fleurissant de l'orthopédagogie en lecture et en écriture depuis quelques années (Giroux et Sainte-Marie, 2015), donc de la formation continue des orthopédagogues dans ce même domaine. Conséquemment, l'intervention orthopédagogique en mathématiques en est que moins soutenue.

D'autre part, les outils permettant d'évaluer la maîtrise des mathématiques par l'élève, que ce soit ses connaissances ou ses compétences, semblent bien peu nombreux. Cette perception peut être expliquée par un nombre d'outils d'évaluation et d'intervention

orthopédagogique en mathématiques connus et utilisés qui paraît faible ainsi que par l'importance des interventions orthopédagogiques apportées en lecture et en écriture comparativement à celles en mathématiques depuis les années 2000 (Giroux et Sainte-Marie, 2015). Ce qui représente un des défis importants précédemment énumérés. Ayant utilisé quelques-uns des outils disponibles dans notre propre pratique professionnelle, il nous a été possible d'observer un grand nombre d'outils réservés à l'évaluation des habiletés de lecture et d'écriture des élèves en difficultés comparativement à ceux évaluant les capacités et les connaissances mathématiques. Le fait que plusieurs exposent les erreurs de l'élève en proposant toutefois peu de pistes d'analyse des données recueillies a aussi été observé. Ceci constitue un obstacle considérable pour les intervenants, compte tenu du fait que l'orthopédagogue doit bâtir ses interventions à partir de l'analyse du portrait qu'il dresse de l'élève, des connaissances, des habiletés et des difficultés de celui-ci ainsi que des variables des situations présentées (Brodeur et al., 2015; Rajotte, Giroux et Voyer, 2014; Vergnaud, 2013). Qui plus est, il est aussi important de mentionner l'important manque dans le processus de transition entre l'évaluation et l'intervention dans les outils proposés, selon Giroux et Sainte-Marie (2015). La planification de l'intervention devient alors ardue pour l'orthopédagogue.

## **1.2 Contexte scientifique**

Comme nous l'avons mentionné précédemment, même si les recherches en mathématiques et en didactique des mathématiques connaissent un essor considérable

depuis les années 2000, l'orthopédagogie en mathématiques semble encore peu documentée sur certains aspects en ce moment,. Plus précisément, peu d'études se sont concentrées sur l'évaluation et l'intervention orthopédagogique en mathématiques, encore moins sur l'évaluation et l'intervention au niveau des quatre opérations arithmétiques, soit l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Pour ce qui est des outils d'évaluation orthopédagogique, les études sont aussi très peu nombreuses en ce qui concerne une vision plus didactique, c'est-à-dire une vision plus systémique des variables propres à l'enseignement et à l'apprentissage d'un savoir particulier. Dans le petit corpus d'études répertoriées à ce sujet, des études ont approfondi l'analyse de l'erreur. D'autres se sont intéressées à l'analyse d'outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques ainsi qu'à une approche didactique en orthopédagogie des mathématiques, dans l'évaluation et l'intervention.

Parmi les autres éléments rendant l'intervention orthopédagogique en mathématiques au Québec complexe, la vision des erreurs et la considération de celles-ci dans l'intervention en font aussi un contexte complexe dans lequel intervenir, méritant d'être porté à notre attention. La vision des erreurs en mathématiques par les intervenants et par les élèves paraît en effet être un facteur déterminant venant influencer la nature des interventions. Le caractère négatif et le poids émotionnel que peuvent avoir des erreurs dans cette matière sont fréquemment relevés dans des études en didactique des mathématiques, comme le soulignent Briand et Chevalier (1995). Ceux-ci révèlent que plusieurs études ont montré l'importance de la prise en compte des erreurs dans l'intervention, voyant l'erreur comme la communication de la compréhension des élèves

et non comme une simple faute. L'erreur en mathématique est donc bénéfique et permet à l'individu de développer des compétences et des connaissances. Le dépistage de ces erreurs qui définissent les difficultés des élèves se présente donc comme une étape essentielle à prévoir pour un acte orthopédagogique de qualité.

Aussi, lorsque nous observons les erreurs en mathématiques, plus précisément en arithmétique, il est important de comprendre que les erreurs peuvent apparaître autant au niveau du sens qu'au niveau des calculs à effectuer (Vergnaud, 2013). Nous avons effectivement pris conscience que les erreurs se rapportant à l'action d'effectuer l'opération semblent plus facilement observables par les intervenants, en fonction des traces laissées par l'élève, que les erreurs se rapportant à l'idée de reconnaître l'opération elle-même, soit de l'ordre conceptuel. Il est important ici de souligner que l'action d'effectuer une opération fait intervenir différents concepts mathématiques dont certains sont complètement distincts de ceux intervenant dans l'identification de l'opération. Ceux-ci sont présentés au prochain chapitre. Conséquemment, les interventions sont habituellement pensées en fonction des erreurs identifiées. Hypothétiquement, des interventions porteraient alors plus souvent sur des erreurs de calcul; erreurs souvent liées aux notions subjacentes aux stratégies de calcul sur les nombres écrits (par exemple : aspect décimal et positionnel de la numération écrite, symbolisme mathématique des équations, etc.) Les erreurs de calcul peuvent toutefois détourner l'attention des intervenants de la compréhension conceptuelle de l'identification des opérations. D'autres interventions ont aussi porté surtout sur la lecture en contexte mathématique. Celles-ci tentant d'expliquer des difficultés de compréhension des mathématiques par des

difficultés de lecture<sup>1</sup> (Giroux et Sainte-Marie, 2015). Mais, ces interventions ont-elles permis aux élèves de rétablir leur biais de raisonnement mathématique? Il est donc possible de dire que ces différents facteurs précédemment énoncés rendent compte de plusieurs défis dans le contexte de l'évaluation orthopédagogique mathématique.

Des recherches sur l'erreur ont montré que l'analyse de celles-ci peut être bénéfique pour l'intervention auprès des élèves en difficulté. Des chercheurs en sont venus à la conclusion que « *les erreurs sont le résultat de tout un système de conceptions de l'élève, de ses intuitions, des dispositions qu'il prend pour résoudre les problèmes.* » (Briand et Chevalier, 1995, p.109). Elles sont donc une représentation partielle du développement d'une connaissance, plutôt qu'un échec (Proulx et Savard, 2016). Une telle compréhension de ces erreurs pourrait guider la mise sur pied d'interventions auprès des élèves les ayant commises. Briand et Chevalier (1995) ont donc identifié différents types d'erreurs, dont des erreurs anecdotiques et des erreurs reproductibles. Se centrant sur les erreurs reproductibles, ils ont ensuite précisé leur nature afin d'en dégager leur cause. Pour préciser la nature des erreurs en mathématiques, les auteurs ont répertorié trois types d'obstacle à l'apprentissage : les obstacles ontogéniques ; liés au développement neurophysiologique de l'apprenant, des obstacles d'origine didactique ; liés aux choix d'enseignement des institutions ou des enseignants et les obstacles d'origine épistémologique ; liés au savoir et aux notions. Toujours selon Briand et Chevalier (1995),

---

<sup>1</sup> La lecture en contexte mathématique se distingue toutefois des habiletés générales en situation de compréhension de lecture.

en identifiant l'obstacle en cause, il est possible d'émettre une hypothèse sur la cause de l'erreur et de bâtir l'intervention à partir de celle-ci.

Briand et Chevalier (1995) présentent des analyses d'erreurs intéressantes et menant possiblement à l'établissement d'interventions pensées en fonction des résultats des apprenants. Ces deux écrits démontrent des pistes efficaces aux interventions auprès des élèves présentant des difficultés en mathématiques, tentant de rendre celles-ci plus efficaces et plus personnalisées à l'élève et à ses connaissances. Cependant, ces deux écrits exposent aussi certaines limites. Les démarches proposées constituent un travail d'une grande ampleur, composé de plusieurs étapes. Sachant que dans la réalité de l'éducation québécoise d'aujourd'hui, les moyens et le temps sont bien souvent limités, ces démarches peuvent constituer un obstacle à une évaluation et une intervention orthopédagogique de qualité. De plus, l'identification des erreurs, avant l'analyse, est peu développée ainsi que des caractéristiques des exercices ou problèmes présentés à l'élève. Puis, parmi les différentes erreurs analysées dans les études précédemment citées, on se rapporte le plus souvent à des erreurs dans l'action d'effectuer les opérations, mais qu'en est-il du sens des opérations? Considérant que pour la création d'outils d'évaluation, l'analyse des caractéristiques de chacune des situations ou problèmes soumis à l'élève doit être faite en fonction de couvrir un concept et ses difficultés, et de faciliter l'identification des erreurs de l'élève, il est pour ainsi dire difficilement possible de s'appuyer sur ces auteurs dans un contexte orthopédagogique où l'examen de la compréhension de l'élève sur les concepts mathématiques est visé.

Dans notre contexte d'analyse d'outil d'évaluation orthopédagogique, l'étude de Fortier-Moreau (2016) s'avère intéressante et est une des seules à traiter de ce même sujet avec un angle d'analyse didactique. Dans son étude, une analyse didactique d'un outil d'évaluation orthopédagogique spécifiquement sur les opérations de multiplication a été effectuée. Une analyse intra tâche et une description de chacun des problèmes ou éléments d'évaluation présentés aux cinq élèves participant à la recherche sont d'abord réalisées. Puis un portrait des connaissances et des stratégies de chacun des participants est ensuite dressé. Dans une seconde phase de recherche, Fortier-Moreau (2016) se penche sur les relances proposées aux élèves lors d'une entrevue portant sur la rétroaction de leur test et leur potentiel didactique. L'auteur conclut, pour que l'apprenant puisse bénéficier d'une relance de qualité lui permettant d'adapter ses stratégies et de stimuler sa construction du savoir, la relance doit être pensée en fonction des caractéristiques de la question et du concept mathématique. La relance dépend aussi de la connaissance du portrait de l'élève et de sa compréhension de la part de l'intervenant, de l'adaptation de celle-ci par l'intervenant en fonction de la question ou de l'élève et de la connaissance ainsi que de la maîtrise des notions mathématiques par l'expérimentateur.

Fortier-Moreau (2016) démontre donc qu'une connaissance accrue des notions mathématiques et des caractéristiques des éléments d'évaluation, en plus d'une connaissance approfondie des connaissances de l'élève assurent, dans la plupart des cas, une progression chez l'élève. L'évaluation et l'intervention auprès de celui-ci se dévoilent donc être efficaces. Cependant, la recherche laisse paraître certaines limites. L'auteur présente une analyse d'un seul outil d'évaluation orthopédagogique en mathématiques,



auprès d'un petit nombre de participants. Considérant le fait que les élèves en difficulté représentent un éventail et une diversité importante, il serait intéressant de voir ces résultats sur un plus grand nombre de participants et sur une pluralité de concepts mathématiques. Il est aussi important de souligner que l'outil analysé est en expérimentation, mais n'est pas utilisé dans plusieurs milieux scolaires. Les résultats sont donc très intéressants pour le développement du domaine des mathématiques en orthopédagogie. Cependant, qu'en est-il des outils utilisés présentement pour répondre aux besoins des élèves?

Finalement, Giroux et Sainte-Marie (2015) se sont penchées sur une approche didactique en orthopédagogie des mathématiques. Les auteures ont mené ce projet en réponse aux besoins de formation et de développement professionnels en orthopédagogie des mathématiques, exprimés par plusieurs orthopédagogues et conseillers pédagogiques en la matière. Selon elles, l'évaluation des difficultés et l'intervention orthopédagogique en mathématiques étaient très peu fondées sur « l'analyse didactique des savoirs mathématiques en jeu » (Giroux et Sainte-Marie 2015, p.196), dans les situations proposées aux élèves. Comme il a été précédemment mentionné, les chercheurs arrivent aux résultats que depuis les dernières années, l'aide en mathématiques était surtout dirigée vers l'aide à la lecture, expliquant les difficultés des élèves en la matière par des difficultés à lire les problèmes. Elles ont aussi constaté un manque de savoirs de la part des intervenants du milieu. Puis, elles décrivent même un problème du fait qu'il y ait très peu de liens proposés dans les outils d'évaluation, menant à l'intervention. Les chercheurs décrivent un outil d'évaluation bien connu et utilisé dans plusieurs milieux, le Key Math

(Connolly, 2008), et en exposent la principale rupture : « il ne fournit aucune piste interprétative des conduites de l'élève au regard des connaissances ou des stratégies engagées. Il n'est donc pas un outil utile à la planification. » (Giroux et Sainte-Marie, 2015, p. 199). Giroux et Sainte-Marie (2015) ont alors choisi de mener leur projet sur l'articulation entre l'évaluation et l'intervention. Il est ici important de nommer que c'est d'abord dans un contexte d'adaptation scolaire que le projet a vu le jour. Puis, celui-ci a été présenté à six commissions scolaires, maintenant nommées « centre de services scolaires ».

Pour bonifier des outils d'évaluation et d'intervention orthopédagogique en mathématiques, les auteures ont opté pour une approche didactique. Cette approche se décline en trois éléments principaux. Elle veut d'abord que l'élève ait une *rétroaction* lisible par lui-même sur l'action qu'il entreprend dans la construction de ses connaissances. Ensuite, le *milieu* dans lequel est faite l'action se doit d'être spécifique aux savoirs visés et permettre à l'élève d'utiliser des stratégies pour avoir un certain contrôle sur ces savoirs. Finalement, il doit être possible pour l'intervenant d'adapter les situations ou actions proposées à l'élève à partir des *variables didactiques*, c'est-à-dire tout élément pouvant être modifié, changeant donc le niveau de difficulté. Ce concept sera développé plus loin. Giroux et Sainte-Marie (2015) présentent un outil dans lequel des situations sont présentées à l'élève. Elles peuvent être adaptées et demandent à l'élève d'être actif. À la suite de la réponse de l'apprenant, l'intervenant peut avoir recours à une relance, tentant de dénouer une impasse ou une situation plus difficile. Cela peut aussi servir de *rétroaction*. Puis, afin de monter un outil plus aisément utilisable, l'équipe de recherche

tente de monter une certaine banque de conduites mathématiques de l'élève, ou du moins, les anticiper.

Les conclusions de la première phase du projet de Giroux et Sainte-Marie (2015) exposent une conclusion dérivant vers une perspective qui s'éloigne des facteurs personnels de l'élève, pouvant influencer ses apprentissages. Selon les auteures, « plus les praticiens disposent de moyens didactiques, moins le besoin de recourir à des particularités cognitives ou comportementales de l'élève se fait sentir pour expliquer une conduite. » (Giroux et Sainte-Marie, 2015, p.206). Il est intéressant ici de constater que l'évaluation se dirige davantage vers des fins d'intervention auprès des élèves plus faibles en mathématiques et non seulement pour ceux qui ont obtenu un diagnostic quelconque. Ce projet se veut une grande avancée pour l'évaluation et l'intervention orthopédagogique en mathématiques. Il vise à mettre sur pied un outil d'évaluation et d'intervention. Il comporte toutefois certaines limites concernant les visées de cette présente étude. Ces interventions semblent être très près du milieu de l'adaptation scolaire. Seraient-elles utilisables dans un milieu régulier, avec les nombreuses contraintes présentes et les différences importantes? De plus, bien que les auteurs abordent un outil d'évaluation amplement utilisé dans les milieux, nous n'avons toujours pas de portrait de l'ensemble des outils utilisés par les différents milieux. Il serait d'autant plus intéressant d'avoir un portrait global des ressources qui sont, en ce moment même, disponibles.

Le peu d'études que nous avons sur l'évaluation et l'intervention orthopédagogique en mathématiques montre un vide important dans la littérature

scientifique. L'analyse d'erreurs et leurs différents types amènent une approche tentant d'expliquer la cause de celles-ci et donc des conduites de l'élève (Briand et Chevalier, 1995). Cette approche demande toutefois beaucoup de temps et d'investissement sur un seul élève à la fois, ce qui se distance significativement de la réalité des milieux d'aujourd'hui, en plus de cibler qu'une partie de l'arithmétique, s'attardant uniquement aux erreurs se rapportant à l'action d'effectuer des opérations, sans prendre en considération l'identification de celles-ci. D'autres auteurs, ayant fait les mêmes constats que ceux exposés dans ce présent essai, se sont penchés sur la création ou la bonification d'outils d'évaluation et d'intervention dans une approche plus didactique, donc plus éloignée des facteurs personnels de l'élève (Giroux et Sainte-Marie, 2015). Ces outils ayant été analysés par Fortier-Moreau (2016), afin d'en vérifier la fiabilité et le potentiel didactique. Nous pouvons en tirer des conclusions intéressantes, donnant des moyens aux intervenants et faisant considérablement avancer les savoirs dans ce domaine si peu développé qu'est l'orthopédagogie en mathématiques. Mais, une absence de données demeure toujours, concernant un portrait des outils utilisés et disponibles dans les différents milieux. Il serait intéressant de produire un tel portrait et de prendre conscience du potentiel d'intervention de chacune de nos ressources.

Pour donner suite à la prise en compte de tous les éléments rendant l'évaluation et l'intervention orthopédagogique en mathématique assez complexe pour des professionnels, au fait qu'il existe très peu de documents sur lesquels appuyer une évaluation et une intervention fiable et qu'il existe très peu d'outils pour les effectuer, il semble important d'investir sur ce sujet. Une connaissance plus approfondie des outils

disponibles et de leurs caractéristiques ainsi que des éléments pouvant caractériser la fiabilité et la validité d'un tel outil permettra sans aucun doute l'établissement d'interventions efficaces auprès d'élèves. Cela s'avère aussi juste, sachant que le monde de l'orthopédagogie au Québec en est un souvent limité de moyens et de temps.

Le présent chapitre a aussi démontré que les outils d'évaluation et d'intervention orthopédagogique en mathématiques semblent peu nombreux et peu connus. Très peu de recherches font la recension des outils disponibles pour les professionnels. Cela se révèle être une importante absence de données qui pourrait aussi expliquer une méconnaissance de ceux-ci. Il ne paraît pas encore y avoir d'outil connu évaluant en profondeur les quatre opérations mathématiques principales. Dans la généralité des cas, l'arithmétique est présentée au travers de plusieurs autres notions comme la géométrie ou encore les probabilités et la statistique. Une exploration plus approfondie de l'évaluation des quatre opérations semble essentielle.

### **1.3 Question et objectifs de recherche**

Afin de pouvoir prodiguer des évaluations et des interventions fiables et valides à la clientèle en difficulté tout en respectant un haut niveau d'expertise, il est incontournable de se pencher sur la question suivante :

Dans les outils d'évaluation orthopédagogique utilisés présentement pour évaluer la compréhension des concepts arithmétiques chez des élèves en difficulté en mathématiques du primaire et du premier cycle du secondaire,

quelles sont les caractéristiques des items présentés et quelles sont les interventions suggérées permettant un accès à la construction de connaissances chez l'élève?

## **Chapitre 2 Cadre conceptuel**

Pour répondre à notre question de recherche, il convient d'abord de préciser les principaux éléments de notre problématique. L'élève en difficulté en mathématique, la définition de l'évaluation orthopédagogique sur laquelle nous appuyons notre analyse ainsi que la description des variables didactiques sont premièrement présentés. Puis, pour permettre au lecteur de se représenter plus aisément la notion en cause, soit la compréhension des concepts mathématiques et ses différents processus de construction chez l'élève, ceux-ci seront approfondis. Pour développer ces éléments, nous exposons une définition de ce qu'est un concept mathématique. Nous décrivons ensuite son développement. Puis, nous nous penchons plus attentivement sur les quatre opérations arithmétiques selon le découpage en structures additives et multiplicatives de Vergnaud (1983, 2013). Finalement, nous nous intéressons aux erreurs possibles en arithmétiques ainsi qu'aux différentes variables didactiques. C'est par la suite que ces éléments nous amènent à préciser les objectifs de cette présente étude.

## **2.1 Portrait de l'élève présentant des difficultés persistantes en mathématiques**

Afin de définir vraisemblablement ce qu'est un élève en difficulté d'apprentissage en mathématique, il importe de décrire les caractéristiques les plus communes chez les apprenants démontrant des erreurs reproductibles et persistantes et/ou des difficultés de



compréhension. Selon Blouin et Lemoyne (2002), à l'identification des difficultés récurrentes en mathématiques, il faut aussi ajouter des phénomènes didactiques tels le contrat didactique et le temps didactique qui viennent également jouer un rôle dans les difficultés observées chez les élèves. Le contrat didactique étant l'ensemble des attentes comportementales que se font les apprenants et les enseignants sur les tâches à faire. Tandis que le temps didactique étudie la coordination entre le temps d'enseignement et le temps d'apprentissage d'un savoir mathématique. C'est pourquoi il est d'intérêt de connaître le portrait de l'élève en difficulté d'apprentissage en mathématique, ses caractéristiques et sa relation avec ces phénomènes.

Dionne et Deblois (1995) décrivent des conduites de l'élève en difficulté en mathématiques. Ils affirment d'abord que cet élève est peu efficace dans ses apprentissages. Pour lui, les mathématiques se constituent de plusieurs règles distinctes, sans lien entre elles. Il mémorise ses règles, sans les organiser dans un réseau conceptuel, sans établir de lien. Ce type de conduite peut aussi s'expliquer par des phénomènes didactiques inhérents à l'enseignement des mathématiques. Hord et Newton (2014) exposent aussi qu'un élève ayant une compréhension conceptuelle faible d'une notion ou d'un concept mathématique pourrait avoir tendance à découper un problème en plusieurs étapes, souvent trop nombreuses. Il pourra donc fonctionner à partir des règles apprises et compter sur sa mémoire. Une démarche qui peut s'avérer très complexe avec un nombre  $x$  de règles apprises. De plus, les règles élaborées par l'élève en difficulté sont souvent valides pour certaines situations seulement, mais ne le sont plus dans des situations plus complexes. Selon Blouin et Lemoyne (2002), les règles construites par un élève prennent

en considération seulement quelques éléments de la situation et ne s'avère par applicables à tous. Cela pourrait expliquer pourquoi, dans bien des cas, un élève en difficulté a tendance à rechercher des « indices accessoires » dans une situation problème, comme des symboles numériques quelconques, et se lance rapidement dans des calculs sans représentation du problème à résoudre. L'élève en difficulté a tendance à chercher *ce que veut le professeur* sans tenter de produire sa propre réponse. Il démontre souvent une peur de se tromper et peut développer des stratégies d'évitement des situations mathématiques vues en groupe.

Enfin, plusieurs chercheurs, dont Dionne et Deblois (1995), Blouin et Lemoyne (2002) ainsi que Hord et Newton (2014) s'entendent sur l'engagement cognitif souvent passif de ce type d'élève devant une tâche mathématique scolaire. Il est important ici de mentionner que ces comportements sont communs à plusieurs élèves présentant des difficultés en mathématique, mais ils ne sont en aucun cas une manière ou des éléments de classification d'élèves lors de l'évaluation. Nous retenons donc de cet examen qu'un élève en difficulté persistante en mathématiques présente des caractéristiques de fonctionnement dans ce type de tâche bien documentées. Nous pensons alors que ces caractéristiques peuvent teindre ses conduites lors d'évaluations orthopédagogiques en mathématiques et ainsi contribuer à rendre plus ardu l'activité de dégager un portrait de ses connaissances en la matière. Dans cette même ligne de pensée, afin de préciser le sujet principal de cet essai, il sera aussi important de définir ce qu'est l'évaluation dans un contexte orthopédagogique.

## 2.2 L'évaluation orthopédagogique

Comme la littérature scientifique sur l'orthopédagogie en mathématique, plus spécifiquement sur l'arithmétique, paraît plutôt maigre, nous nous sommes tournées vers des institutions « piliers » dans le domaine afin de définir ce que nous entendons par « évaluation orthopédagogique », dans le contexte de cette recherche. Il est ici primordial d'éclairer le lecteur sur la dissemblance importante entre l'évaluation de la progression des apprentissages en enseignement et l'évaluation orthopédagogique des difficultés d'apprentissage. Selon le Référentiel des compétences professionnelles liées à l'exercice de l'orthopédagogue au Québec (Association des orthopédagogues du Québec, 2018), l'évaluation orthopédagogique se veut :

...un processus dynamique d'évaluation continue qui consiste à préciser, chez l'apprenant, les difficultés qui font obstacle aux apprentissages et les capacités qui favorisent la réussite de qualité. L'évaluation s'intéresse aux connaissances, aux stratégies, aux processus cognitifs et à la nature et à l'origine des objets d'apprentissage, notamment en lecture, en écriture et en mathématiques. (Association des orthopédagogues du Québec, 2018, p.17)

Les connaissances, les processus, les démarches et les stratégies de l'élève sont donc étudiés en détail afin d'en comprendre l'origine des difficultés. Plus précisément, l'évaluation orthopédagogique devrait comporter une analyse et un portrait initial de la situation de l'élève, incluant les différents facteurs d'influence, intérieurs ou extérieurs aux connaissances, et leurs interrelations. Brodeur et coll. (2015) décrivent les facteurs d'influence comme des obstacles ou des facilitateurs. Selon l'Association des orthopédagogues du Québec (2018), autant des facteurs scolaires que des facteurs affectifs

et motivationnels, sociofamiliaux et extrascolaires peuvent influencer la réussite de l'élève à construire des connaissances. À la suite de ce portrait initial, l'intervenant doit entreprendre une démarche spécifique d'évaluation, dans laquelle il fera passer l'élève par différents processus, il doit aussi en analyser les données, les interpréter et donner un jugement. Il pourra ensuite raffiner son portrait de l'élève et planifier des interventions en fonction des limites des outils utilisés, des besoins de l'élève, des différents facteurs influençant, etc. (Brodeur et coll. (2015). Comme il est possible de le percevoir, l'évaluation a aussi un statut préalable à l'intervention orthopédagogique (Association des orthopédagogues du Québec, 2018). Nous pouvons donc en conclure que l'évaluation orthopédagogique a une cible d'intervention, donc étudie les causes et les conduites de l'élève dans un but de remédiation ou de rééducation, dissemblablement à l'évaluation de la progression des apprentissages en enseignement.

## **2.3 La construction des savoirs : la compréhension des concepts**

### **2.3.1 Le concept mathématique**

Contrairement à la vision que se fait une grande partie des élèves éprouvant des difficultés en mathématiques, les concepts mathématiques se déploient en plusieurs notions interreliées plutôt qu'en une accumulation d'innombrables règles sans aucune interrelation. Grâce à la théorie des champs conceptuels, Vergnaud (1991, 2013), un auteur qui a marqué le domaine de la didactique des mathématiques, présente une vision développementale d'un concept mathématique. Selon Vergnaud (1991, 2013), un concept

serait formé de trois ensembles, soit un ensemble de situations, un ensemble d'objets et de propriétés qui ne varient pas et un ensemble d'éléments de langage ou de symbolisme. Prenons par exemple le concept d'addition. Ce concept peut se traduire dans différentes situations présentées à l'élève dans divers contextes, comporte des propriétés qui ne changeront jamais, comme la distributivité, la commutativité, etc., et comprend des symboles distincts (+). Selon l'auteur, c'est en appliquant une connaissance dans différentes situations, en pouvant avoir recours à plusieurs ressources ou solutions alternatives lui permettant d'adapter sa conduite, que l'élève construit sa compréhension, sa représentation du concept en jeu. C'est à ce moment que pourra se construire une première conceptualisation de l'addition. Vergnaud (1991, 2013) affirme qu'« on ne peut pas étudier le développement d'un concept tout seul, parce qu'il est toujours pris dans un ensemble de concepts... » (Vergnaud, 2013, p.84). Un système de relations très complexe relie les notions mathématiques. Il est donc difficile d'affirmer, selon l'auteur, que le développement ou la construction des connaissances mathématiques se fait de manière linéaire.

### **2.3.2 Le développement d'un concept mathématique**

Toujours selon Vergnaud (1983, 2013), pour qu'un apprenant arrive à conceptualiser une notion mathématique, il doit la modéliser dans différentes situations où la notion est présente. Il doit aussi pouvoir avoir recours à différentes solutions pour régler son problème, selon le problème qui lui est présenté. Avant tout cela, l'élève débute

par l'intuition. C'est à partir de son intuition, de ses sens, qu'il se créera ce que Vergnaud appelle un théorème en acte. (Vergnaud, 1991, 2013). Ce théorème en acte est en fait une règle que l'apprenant a découvert, une règle dite « tenue vraie sur le réel » (Vergnaud, 2013, p.88), car elle fonctionne dans la plupart des situations que l'élève rencontre, au début de ses apprentissages. L'élève devra possiblement adapter cette règle ou la réfuter complètement, selon les contextes qu'il rencontrera, lorsqu'il rencontrera un déséquilibre cognitif dans sa compréhension. Petit à petit, il pourra se construire une règle dite universelle, appelée *schème* (Vergnaud, 1991, 2013). Un schème peut se définir comme étant une règle permettant de solutionner un problème, dans différentes situations, sans être adaptable. Plus l'élève maîtrisera ce schème, plus il sera possible pour lui de le relier à d'autres et de développer des connaissances. Puis, c'est en créant différentes relations entre les schèmes qu'il pourra conceptualiser la notion. Reprenons l'exemple de l'addition. Un élève débutant peut déduire, avec quelques expériences, que lorsqu'il additionne des pommes ensemble, il y a toujours un nombre plus grand de pommes à la fin. Le résultat d'une addition de nombres entiers est alors toujours plus gros. En revanche, lorsqu'il arrivera dans des situations impliquant des nombres relatifs négatifs, le résultat ne sera pas toujours plus gros. Il devra donc adapter sa règle d'action précédemment définie. L'amélioration et la précision de sa règle d'action se feront donc au fil des situations différentes rencontrées. Il sera aussi confronté à plusieurs autres concepts, comme les nombres négatifs. C'est par cette théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1991, cité par plusieurs, dont Giroux, 2014, dans Mary et al., 2014), que l'élève pourra

développer sa compréhension des savoirs mathématiques. Le développement de ses savoirs semble donc plus systémique.

#### **2.4 Une construction systémique des savoirs**

Plusieurs outils d'évaluation orthopédagogique semblent présenter les notions de façon linéaire et les évaluer comme tel. Les résultats des élèves sont donc calculés en fonction de cette représentation. Pourtant, plusieurs auteurs ne sont pas en accord avec cette progression linéaire en mathématiques. Vergnaud (1991), cité par plusieurs, dont Giroux (2014) dans Mary et coll. (2013, 2014), explique la construction de la numératie et de l'arithmétique comme étant un processus plus systémique, comme nous l'avons vu précédemment pour la construction des concepts en général.

La théorie des champs conceptuels (TCC) de Vergnaud (1991) apporte l'idée de plusieurs relations entre quelques concepts mathématiques que l'élève doit créer sans ordre précis. L'auteur établit une classification des problèmes par champ additif et multiplicatif. Considérant que plusieurs relations mathématiques constituent le concept d'opération additive ou multiplicative, il est donc nécessaire de proposer à l'élève des situations variées. Giroux (2014) explique que la création de ces liens et de la compréhension de ces concepts nécessite la contextualisation des opérations dans diverses situations. La TCC renverrait donc une image d'une construction plus systémique et dynamique plutôt que linéaire, comme celle-ci est habituellement présentée dans les outils

d'évaluation. Nous examinerons cette construction plus systémique dans les structures additives et multiplicatives du même auteur.

#### **2.4.1 Les structures additives selon Vergnaud (1983, 1991 et 2013)**

Afin de mieux comprendre le développement des concepts arithmétiques chez l'élève, savoirs ciblés dans cette présente recherche, il est important d'en exposer les différentes structures des calculs. D'abord, dans l'apprentissage des concepts d'addition et de son opposé, la soustraction, trois représentations interviennent ; le rassemblement des collections ou des ensembles d'objets, la mesure des ensembles ou des objets et l'écriture elle-même. L'enfant débute donc son opération sur un ensemble d'objets. Il devra ensuite faire le pont en appliquant des opérations sur des symboles (nombres écrits). Vergnaud (1983) décrit ces opérations de type additif comme des relations ternaires (mettant en jeu trois éléments). De ces relations ternaires, il trace le portrait de six grandes catégories de relations additives (Tableau 2). De ces catégories, Vergnaud (1983) en ressort une diversité de difficultés inégales, selon la catégorie, mais aussi selon l'élément recherché et selon les nombres mis en jeu (grands ou moins grands, positifs ou négatifs). Donnons l'exemple de l'analyse de la 2<sup>e</sup> catégorie de relations additives, par l'auteur. Il redivise cette catégorie en six grandes classes de problèmes, ceux rencontrés majoritairement dans l'enseignement de l'addition. Les six classes de problèmes se déterminent par l'objet recherché, soit l'état initial, la transformation ou l'état final, ainsi



que par le signe des nombres en jeu (positif ou négatif). Donc, selon la classe, il peut s'agir d'une addition ou d'une soustraction.

Tableau 1

*Six grandes catégories de relations additives*

Catégories	Relation liant les trois éléments	Écriture	Exemple
1 <sup>re</sup> catégorie	Deux mesures se <b>composent</b> pour donner une mesure	Addition de nombres naturels $1 + 2 = 3$	J'ai 1 biscuit. Tu as 2 biscuits. Nous avons 3 biscuits.
2 <sup>e</sup> catégorie	Une <b>transformation</b> sur une mesure pour donner une mesure	Transformation de l'ensemble $3 + (-2) = 1$	J'avais 3 biscuits. J'en ai mangé 2. Il m'en reste 1.
3 <sup>e</sup> catégorie	Une <b>relation</b> relie deux mesures	Relation + ou - que... $1 + 2 = 3$	J'ai 1 biscuit. Tu en as 2 de + que moi. Tu as 3 biscuits.
4 <sup>e</sup> catégorie	Deux transformations se <b>composent</b> pour donner une transformation	Mettre ensemble des relations $3 - 1 = 2$	Hier, j'ai acheté 3 biscuits. J'en ai donné 1. J'ai acquis 2 biscuits.
5 <sup>e</sup> catégorie	Une <b>transformation</b> opère sur un état relatif (relation) pour obtenir un état relatif	Transformer une relation $(-3) + 2 = (-1)$	Je te dois 3 biscuits. Je t'en donne 2. Je te dois maintenant 1 biscuit.
6 <sup>e</sup> catégorie	Deux états relatifs (relation) se <b>composent</b> pour donner un état relatif	Mettre ensemble des états relatifs $(-1) + (-2) = (-3)$	Je te dois 1 biscuit. Je dois 2 biscuits à Luc. Je dois 3 biscuits en tout.

Tableau 2

*Six grandes classes de problèmes additifs*

Recherche de l'état initial Nombres positifs $\_\_\_ + 2 = 3$	Recherche de la transformation Nombres positifs $1 + \_\_\_ = 3$	Recherche de l'état final Nombres positifs $1 + 2 = \_\_\_$
Recherche de l'état initial Nombres négatifs $\_\_\_ - 2 = (-3)$	Recherche de la transformation Nombres négatifs $(-1) - \_\_\_ = (-3)$	Recherche de l'état final Nombres négatifs $(-1) - 2 = \_\_\_$

La difficulté des opérations diffère aussi selon l'élément recherché et les nombres utilisés. Selon Vergnaud (2013 et 1983), l'opération la plus aisée pour l'élève serait la recherche de l'état final, soit en addition ou en soustraction. Il dit toutefois que dans la soustraction, l'opération semble plus facile lorsque l'état initial est plus grand que la transformation. L'auteur nous explique aussi que d'autres facteurs peuvent intervenir dans la complexité des opérations, soit la nature des nombres (entiers, décimaux, etc.), la différence entre les nombres, l'ordre de présentation des informations (sont-elles présentées dans l'ordre même de l'équation?), la présence d'informations inutiles, le type de contenu, ainsi que plusieurs autres variables didactiques. Ce sont ces éléments qui forment le concept de l'addition et de la soustraction, soit le sens des opérations additives. Ainsi nous retenons trois grandes situations additives : composition, transformation et relation.

#### **2.4.2 Les structures multiplicatives selon Vergnaud (2013 et 1983)**

L'apprentissage des opérations multiplicatives arrive un peu plus tard dans le cursus scolaire des élèves. Bien que l'opération d'addition et l'opération de multiplication entretiennent des liens comme l'addition répétée, entre autres, la structure des problèmes de type multiplicatif est bien différente. Contrairement aux six grandes catégories d'opérations de type additif, la structure des opérations de type multiplicatif (les opérations de multiplication et de division) se sépare en deux grandes catégories, l'isomorphisme de mesures et le produit de mesures (Vergnaud 1983).

Selon Vergnaud (1983), l'isomorphisme de mesures se définit comme une relation quaternaire entre deux espaces de mesures. Cette structure multiplicative est souvent associée aux techniques de calcul fortement connues comme la « règle de 3 ». Dans cette structure, on compare toujours le problème ou l'élément recherché à une certaine valeur unitaire. Selon l'élément recherché, l'opération sollicitée est soit une multiplication ou une division. Chacun des quatre éléments présents dans la figure suivante pouvant être recherché. Dans cette structure, on retrouve deux différents types de mise en relation. L'auteur (Vergnaud, 1983) en a fait une analyse dite verticale, ou *scalaire* ainsi qu'une analyse dite horizontale ou *fonction*. Ainsi, dans la situation : *Dans 1 paquet, il y a 4 yogourts, combien y en a-t-il dans 3 paquets?*

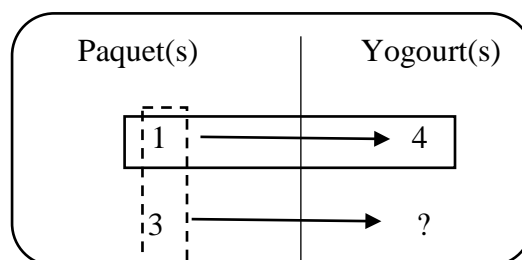


Figure 1. Isomorphisme de mesure

Selon Vergnaud (1983), lors de l'analyse scalaire, il y a un changement de ligne, tout en restant dans la même quantité traitée dans le problème. Dans l'exemple précédent, pour passer d'un paquet à trois, l'opération étant fait est de multiplier par 3. Mais pour passer de trois paquets à un seul, l'opération est de multiplier par  $1/3$  ou diviser par 3. Dans une mise en relation de type *scalaire*, l'opération s'effectue sur des quantités de même nature. Ce sont là, différentes possibilités d'arriver à l'élément recherché, en passant par la valeur

unitaire (1) ou par la valeur donnée par le nombre de groupe (3). L'analyse scalaire peut aussi se faire avec l'autre quantité (dans l'exemple précédent, le yogourt). Lorsqu'il est question de l'analyse de la fonction, l'auteur (Vergnaud, 1983) observe la relation entre les deux types de mesures, donc ici entre le nombre de paquets et le nombre de yogourts relié. Donc, pour passer d'un paquet à quatre yogourts, l'opération est de multiplier par 4. L'opération inverse est alors de multiplier par  $\frac{1}{4}$ . Cette opération est représentée dans l'illustration précédente par la flèche. Cette flèche représente donc l'opérateur *fonction*, étant de plus reliée à la valeur unitaire d'une quantité.

À l'isomorphisme de mesures, Vergnaud (1983) attribue les difficultés qui suivent. D'abord, les nombres présents dans la situation peuvent influencer le niveau de difficulté par exemple des nombres rationnels versus des nombres naturels. L'élément recherché peut aussi faire fluctuer le niveau de difficulté, s'il s'agit de la valeur unitaire ou de la valeur de l'unité par exemple. Lorsque la valeur unitaire n'est pas donnée, l'opération semble plus ardue. Dans un même problème, il y a aussi le fait que les opérations possibles n'aient pas toutes le même sens, soit scalaire, où l'on retrouve souvent le sens de l'addition répétée ou l'opération fonction qui multiplie deux quantités distinctes ensemble pour trouver une relation. La valeur de l'opérateur (scalaire ou fonction) peut aussi influencer la difficulté du problème.

Toujours selon Vergnaud (1983), le produit de mesures se caractérise par une relation ternaire se composant de deux mesures élémentaires et du produit de celles-ci. Nous parlons ici de combinaisons : le produit de deux espaces de mesures permet la

création d'un nouvel espace de mesure, par exemple la multiplication de deux mesures en mètres a pour résultat un nombre de mètres carrés. De cette deuxième catégorie, l'auteur en tire deux grandes classes, soit la multiplication et la division. Dans la première classe, la multiplication, l'élément recherché du problème est le produit des deux mesures élémentaires. Dans la deuxième classe, la division, l'élément recherché est une des deux mesures élémentaires, en ayant déjà le produit et l'autre mesure élémentaire. Vergnaud (1983) distingue ensuite des sous-classes à ces deux classes, selon les propriétés des nombres (entiers ou décimaux, grands ou plus petits, inférieurs ou supérieurs à 1, etc.) et selon les différents concepts auxquels ils renvoient (parle-t-on d'un produit discret ou continu). Encore ici, les difficultés liées aux opérations de produit de mesure sont les propriétés du nombre, mais aussi les concepts associés et les dimensions en jeu. Si le problème met en jeu des dimensions simples (longueur, temps, poids, quantité, prix, etc.), les concepts semblent plus simples que s'il emploie des dimensions produits (air, volume) ou des dimensions quotients (vitesse, densité, valeur unitaire, etc.).

## **2.5 Les erreurs possibles et les variables didactiques**

Les différentes structures décrites par Vergnaud (1983 et 2013), comprenant donc les quatre opérations arithmétiques enseignées au primaire, soit l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, représentent un ensemble complexe de concepts interreliés. Pour l'élève, il est conséquemment possible de produire des erreurs à différents niveaux,

ou de différents types. Selon Brousseau (2000-2001), dans l'analyse du professeur, ou ici de l'intervenant, l'erreur de l'élève peut être :

- spécifique à la tâche, donc relative au contexte dans lequel se déroule la tâche;
- une erreur de technique, soit une faute d'exécution dans l'algorithme de calcul par exemple;
- une erreur au niveau du choix de la technique, ou ici de l'algorithme ou de l'opération mis en œuvre;
- une erreur se rapportant aux connaissances de l'élève, servant à choisir la technique ou à comprendre la situation, soit une erreur quant à la connaissance du sens des opérations.

Il est donc possible de décrire des erreurs à plusieurs niveaux dans une tâche impliquant une opération arithmétique, que ce soit pour l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Considérant les différents types d'erreurs présentés par Brousseau (2000-2001), il importe de les prendre en considération dans l'analyse des méprises des élèves et dans la planification des interventions pour soutenir le développement des connaissances mathématiques de celui-ci. Un moyen de prévoir une telle analyse est de penser les variables didactiques des tâches présentées aux élèves afin de vérifier leur compréhension.

Dans le cadre d'une évaluation ou d'une intervention orthopédagogique, afin de décrire et de comprendre les causes des erreurs de l'élève et ses conduites mathématiques, l'intervenant peut faire différents choix lorsqu'il propose une activité. Les choix réfléchis

sur les différents éléments d'un problème peuvent amener l'apprenant à différencier ses stratégies, à changer de méthodes, à raisonner différemment (Brousseau, 1989, cité dans Kotalawala et Melancia, 2016). C'est à partir de ces choix que l'intervenant peut vérifier la maîtrise de différents concepts, peut augmenter ou diminuer le niveau de complexité d'une tâche, etc. Selon Brousseau (1998), tout ce qui peut être modifié par l'enseignant, dans une tâche proposée, constitue ce qu'on appelle les variables didactiques. D'un même point de vue, Gautheron (2015) décrit une variable didactique comme « un paramètre de la situation qui peut prendre plusieurs valeurs » (Gautheron, 2014, 2015, p.9). Une variable didactique peut donc changer, selon le concept en cause. Les concepts d'opérations arithmétiques peuvent mettre en jeu un vaste ensemble de paramètres pouvant être modifiés. Il est possible de voir le niveau de complexité d'une tâche varier en fonction de la nature et de la grandeur des nombres devant être opérationnalisés, du type d'opération mise en jeu ainsi que du type de mise en relation des nombres, du nombre d'opérations à effectuer, de chacune des caractéristiques propres aux algorithmes de calcul ainsi qu'aux types de représentation dans lequel celui-ci est présenté. Ces derniers paramètres pourront aussi influencer les conduites de l'élève dans la construction des savoirs mathématiques.

D'abord, il importe de s'intéresser à la nature ainsi qu'à la grandeur des nombres. Champlain, Mathieu et Tessier (1990) décrivent dans leur lexique mathématique plusieurs ensembles de nombres distincts. De l'ensemble des nombres réels, soit les nombres existants, ils décrivent deux sous-ensembles différents; les nombres rationnels étant des nombres pouvant s'écrire comme un rapport de deux nombres entiers, comprenant une

forme d'écriture fractionnaire et une forme décimale, ainsi que le sous-ensemble de nombre irrationnel, ne pouvant pas s'écrire à l'aide d'un rapport d'entiers, par exemple : le nombre  $\pi$ . De l'ensemble des nombres rationnels, les auteurs (Champlain, Mathieu et Tessier, 1990) décrivent un sous-ensemble de nombres appelés les nombres entiers relatifs. On y retrouve tous les nombres entiers positifs et négatifs. Puis, à l'intérieur de ce même sous-ensemble, il y a l'ensemble des entiers naturels, soit les nombres entiers positifs qui naturellement ont été les premiers développés par l'homme, représentant des objets entiers possibles de dénombrer. D'un autre côté, Bednarz et Janvier (1984), dans leur étude sur les difficultés liées à l'apprentissage de la numération, présentent l'importance de cet apprentissage et l'impact de celui-ci sur les apprentissages suivants, comme l'apprentissage du calcul arithmétique. Le fait d'apprendre à travailler avec des symboles, au concept de groupement et de valeur de position, etc. Ce sont donc des éléments à considérer dans l'articulation d'une tâche arithmétique présentée à un élève. Sans s'intéresser particulièrement au moment précis de l'enseignement de chacune des natures du nombre ainsi que des différentes grandeurs de nombre en fonction du groupement et de la valeur de position, il est intéressant de prendre conscience de l'ordre logique dans lequel l'enfant développe ses connaissances en numération. Naturellement, l'enfant débute par développement du concept de nombres naturels de petite taille, ceux qu'il peut comparer, manipuler, etc. Puis, avec l'apprentissage de la numération écrite (Poirier, 2001), il pourra prendre conscience de l'effet de groupement et construire ses connaissances relatives au système international d'écriture des nombres ainsi que des valeurs de position. Plus tard, l'enfant développera des connaissances plus précises des



nombres rationnels, proprement dits, des fractions et des nombres décimaux. Or, voulant faire varier le niveau de complexité d'une tâche, l'intervenant peut jouer sur la nature des nombres ou encore leur grandeur. Ici, ces variables peuvent avoir un impact sur l'interprétation du sens des opérations à effectuer par l'élève. Selon la nature ou la grandeur des nombres, peut-il toujours reconnaître l'opération à calculer.

Afin de rendre une tâche plus ou moins complexe, l'intervenant, dans sa planification, peut aussi s'appuyer sur le type de tâche demandée ainsi que le type de mise en relation des nombres présentés. Comme décrit par Vergnaud (1983, 1991 et 2013), selon l'élément recherché dans une équation mathématique, la complexité de la tâche demandée varie. Rappelons que dans une phrase mathématique de structure additive, par exemple, il est possible pour l'élève de rechercher l'état final, mais aussi de rechercher la transformation ou l'état initial. Les deux derniers éléments représentent, en quelque sorte, une tâche où l'on recherche un « terme manquant ». Ce qui peut représenter une difficulté additionnelle pour l'élève. L'intervenant peut aussi rendre plus ou moins complexe une tâche en variant le type de mise en relation des nombres. Prenons encore une fois l'exemple de la structure additive dans laquelle Vergnaud (1983 et 1991) présente six grandes catégories de mise en relations des données numériques; la composition de mesures, la transformation d'une mesure, la relation entre deux mesures, la composition de transformation, la transformation d'un état relatif ainsi que la composition de deux états relatifs. La composition de mesures semble plus aisée au niveau de la compréhension, car plus proche du quotidien du jeune enfant, pouvant par lui-même réaliser l'action de mettre ensemble deux mesures. Cependant, la relation entre deux mesures, soit la comparaison

de deux nombres, semble être d'un niveau plus complexe pour l'enfant (Vergnaud, 1990). Ces deux précédents facteurs peuvent aussi influencer le niveau de difficulté d'une tâche mathématique. De plus, il faut aussi prendre en considération le nombre d'opérations demandées à l'élève dans une même situation.

Puis, selon Conne, Favre et Giroux (2006), une importance est aussi amenée au type de présentation des tâches mathématiques à l'élève. Voulant plonger l'élève dans une tâche adidactique dans laquelle il est confronté à une situation, dans laquelle il peut développer des connaissances mathématiques et résoudre un problème. Les auteurs (Conne, Favre et Giroux, 2006) mettent l'accent du renouveau pédagogique en mathématique sur des situations concrètes pour l'élève, près de son propre quotidien, pour qu'ainsi celui-ci puisse y construire du sens. Il est donc essentiel de considérer ce facteur dans l'établissement d'une tâche arithmétique comme variable didactique notable. Une présentation dans un contexte bien connu de l'élève peut engendrer un niveau de difficulté différent qu'une simple opération mathématique décontextualisée. De même, un contexte moins bien connu par l'élève, dans lequel l'apprenant doit se construire sa propre représentation, peut aussi avoir un effet variable sur le niveau de complexité de la tâche.

Finalement, il importe aussi de se pencher sur les caractéristiques propres aux algorithmes de calcul comme variables didactiques souvent mises de côté ou moins planifiées. Dans une étude sur les algorithmes de calcul du primaire, soit ceux de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division, Normandeau (2010) présente des éléments à prendre en considération. Les différents algorithmes ont chacun

des caractéristiques pouvant rendre la tâche difficile pour l'élève. L'algorithme conventionnel d'addition met souvent en jeu une « retenue » pour marquer un changement à la valeur supérieure de position. Pour la soustraction, un emprunt à la valeur de position supérieure est aussi fréquent afin de pouvoir réaliser le calcul. Du côté de l'algorithme de multiplication, l'élève doit faire appel à plusieurs retenues, à l'algorithme d'addition ainsi qu'au décalage des colonnes de valeur de position. Quant à l'algorithme de division, la technique qui représente le plus de difficulté pour l'élève selon l'auteur (Normandeau, 2010), il demande à l'élève de maîtriser les trois autres opérations. Celui utilisé de façon conventionnelle dans nos écoles québécoises amène aussi l'élève à procéder de manière inverse comparativement aux autres algorithmes. Finalement, il ne faut pas oublier l'impact de l'utilisation de certains nombres dans les algorithmes de calcul, comme le nombre 1 qui peut représenter un « élément neutre », ou le nombre 0 qui peut représenter l'« élément absorbant » (Poirier, 2001).

## **2.6 Objectifs de recherche**

Aux fins de la présente question de recherche et considérant les précédents apports, deux objectifs principaux ont été établis:

- a) Dégager des caractéristiques des outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques qui concernent les quatre opérations arithmétiques du primaire et du premier cycle du secondaire (addition, soustraction, multiplication et division)
- b) Dégager les interventions suggérées par les différents outils évaluant la compréhension des concepts arithmétiques.

## **Chapitre 3 Méthodologie**

Avant de décrire le cadre méthodologique de cet essai ainsi que les moyens utilisés pour atteindre les deux objectifs, nous tenons d'abord à rappeler la cible première. Nous nous intéressons en premier lieu aux caractéristiques des items présentés à l'intérieur des outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques utilisés pour évaluer la compréhension des concepts arithmétiques chez des élèves en difficulté du primaire et du premier cycle du secondaire ainsi qu'aux interventions que ceux-ci suggèrent pour permettre à l'élève un accès à la construction de savoirs. Rappelons que pour trouver nos réponses, nous avons identifié deux objectifs : dégager des caractéristiques des items concernant les quatre opérations arithmétiques des outils d'évaluation recueillis et enfin dégager les interventions suggérées. Dans ce chapitre, nous décrivons le cadre méthodologique dans lequel s'est déroulée la recherche, la démarche utilisée, les participants impliqués, la sélection des outils qui seront analysés ainsi que la collecte et l'organisation des données recueillies.

### **3.1 Type de méthodologie**

Afin de pouvoir faire une description des plus exhaustive d'outils d'évaluation utilisés dans la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec, nous avons ciblé un essai de type qualitatif. Celui-ci vise une description d'un petit corpus d'outils afin de rendre compte de la qualité et du potentiel orthopédagogique d'intervention de chacun de leurs

items. La priorisation de l'analyse en détails de chacun des items, selon plusieurs critères prédéterminés, permettra de produire un portrait plus juste des outils les plus utilisés plutôt que de produire une généralisation d'un nombre important d'instruments d'évaluation. Nous pourrons par la suite mieux comprendre cette interaction délicate entre les résultats d'évaluation et les interventions proposées. Cet essai qualitatif s'inscrit dans un processus d'échantillonnage complexe pour d'abord établir un portrait des outils employés et en faire la sélection d'un petit corpus, dans l'objectif de dégager les caractéristiques de chacun des items des outils sélectionnés ainsi que les interventions proposées.

### **3.2 Questionnaire d'enquête préalable et portrait des participants**

Afin d'identifier les outils servant à juger de la compréhension des concepts arithmétiques chez les élèves en difficulté du primaire et du premier cycle du secondaire de la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec, nous avons élaboré un questionnaire pour enquêter auprès des orthopédagogues professionnels de différents milieux et d'intervenants du domaine de l'orthopédagogie sur les outils d'évaluation utilisés dans les régions du Centre-du-Québec et de la Mauricie. Ce questionnaire est adressé aux orthopédagogues professionnels, aux enseignants orthopédagogues<sup>2</sup>, aux conseillers pédagogiques en adaptation scolaire ainsi qu'aux conseillers pédagogiques en mathématiques des cinq centres de services scolaire de la Mauricie et du Centre-du-

---

<sup>2</sup> Il est important ici de préciser que l'appellation « enseignant orthopédagogue » décrit aussi un intervenant œuvrant auprès des élèves en difficulté d'apprentissage et pouvant remplir les mêmes fonctions, selon la définition que se donnent les différents centres de services scolaires. Le corps d'emploi est cependant différent.

Québec : Centre de services scolaire de l'Énergie, Centre de services scolaire du Chemin du Roy, Centre de services scolaire de la Riveraine, Centre de services scolaire des Bois-Francis et Centre de services scolaire des Chênes. Le questionnaire est envoyé de façon électronique, de type « Forms ». Une durée de deux semaines est établie afin de laisser le temps nécessaire aux répondants, considérant le temps comme un facteur important dans le taux de participation. Tous répondants confondus sont invités à répondre de façon volontaire au questionnaire, dans l'exercice de leurs fonctions.

Chaque item du questionnaire, décrit dans l'Appendice A du présent document, a été réfléchi afin de dresser un portrait des caractéristiques des participants, de l'évaluation que ceux-ci réalisent ainsi que des outils orthopédagogiques mathématiques utilisés. Une première section du questionnaire vise à établir le portrait des participants. Cette section s'adresse à tous les participants et comporte six questions. C'est aussi dans cette section que sont catégorisés les participants réalisant des évaluations orthopédagogiques et ceux n'en réalisant pas. Rappelons le contexte social de ce présent essai, présentant une situation dans laquelle peu d'intervenants semblent intervenir en mathématiques. Nous trouvons alors important de recueillir des données à ce propos.

La construction des questions de la première section a été effectuée en considérant les différents corps d'emploi que l'on retrouve dans les centres de services scolaire, les différents niveaux scolaires établis en cycle et les différentes tâches que peuvent avoir ces intervenants dans leur mandat. La quatrième question, visant les objectifs d'évaluation, a été réfléchi en fonction des objectifs habituellement ciblés par une évaluation, identifiés

par notre propre expérience. Puis, pour la dernière question de cette section, les champs mathématiques ont été identifiés à l'aide du Programme de formation de l'école québécoise ainsi que de la Progression des apprentissages en mathématiques (ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, 2009).

Dans la seconde section, les questions ont été réfléchies afin de tracer un portrait des outils utilisés. Cette section s'adresse uniquement aux participants réalisant des évaluations orthopédagogiques en mathématiques dans l'exercice de leurs fonctions et comporte sept questions. Nous nous sommes d'abord intéressés à la nature standardisée ou « maison » des outils employés par les intervenants. Les deuxième et troisième questions de cette section proposent, en choix de réponse, des outils standardisés. Nous avons sélectionné les outils connus dans l'exercice de nos fonctions et ceux identifiés à l'aide de la recherche empirique. Puis, afin d'avoir un portrait des plus précis, nous avons demandé aux répondants, d'une part dans le cadre de leur emploi, quels outils utilisent-ils, et d'une autre part, lesquels utilisent-il depuis septembre 2018, donc récemment. Pour les dernières questions, afin de s'assurer d'avoir un portrait intégral, nous avons choisi un type de question à développement. Cela permet, entre autres, d'identifier les outils moins connus ou de nature « maison » ainsi que de savoir si ceux-ci proposent ou non des interventions à la suite de l'évaluation. C'est à partir des réponses des deux dernières questions de la deuxième section que nous pourrions dresser un portrait complet des outils utilisés par les répondants. Pour répondre à notre question de recherche, nous retiendrons donc dans ce corpus, les outils permettant l'évaluation des difficultés en mathématiques au primaire et au premier cycle du secondaire.



Afin de rendre le questionnaire plus invitant et d'alléger le processus pour les participants, deux différents types de questions ont été choisis : des questions à choix de réponse et des questions à réponse développée. Prenant conscience des limites des questions à choix de réponse, nous avons tout de même opté pour ce type de question afin de nous assurer d'une validité optimale des données recueillies, voulant éviter les erreurs de compréhension. D'un autre côté, les questions à développement permettent aux répondants une multitude de réponses, pour des questions auxquelles les réponses étaient difficilement anticipables.

Les données recueillies par le questionnaire ont été colligées et sont présentées en Appendice B. Dans le texte qui suit, nous présentons un bref résumé et nous nous concentrons sur les données permettant la sélection des outils retenus pour l'analyse.

Le nombre total de participants à la recherche est de 49. Parmi les participants, nous comptons 33 orthopédagogues professionnels, 12 enseignants orthopédagogues, 3 conseillers pédagogiques en mathématiques et un conseiller pédagogique en adaptation scolaire. Ceux-ci œuvrent auprès de différentes clientèles, parfois même auprès de plus d'une clientèle pour un seul participant. Nous rapportons donc 34 participants œuvrant auprès des élèves du premier cycle du primaire, 37 participants auprès des élèves du deuxième cycle du primaire et 35 au troisième cycle du primaire, comparativement à 10 auprès des élèves du premier et du deuxième cycle du secondaire. Enfin, de ce nombre, il est possible d'identifier 27 intervenants réalisant des évaluations orthopédagogiques en mathématiques contre 22 n'en effectuant pas. C'est donc à partir des résultats de ces 27

intervenants que nous établirons un portrait de l'évaluation orthopédagogique en mathématiques ainsi que des outils utilisés.

Nous avons dégagé un portrait de l'évaluation orthopédagogique des participants en nous intéressant aux objectifs encourus ainsi qu'aux différents champs mathématiques évalués. Les résultats sont présentés à l'Appendice B. Ce qui en ressort majoritairement est d'abord l'objectif d'identifier les pistes d'intervention plutôt que de porter une hypothèse sur un handicap ou un trouble. Fait intéressant ici, cela semble confirmer le rôle de l'orthopédagogue comme soutien à l'enseignement-apprentissage. Nous observons aussi que les trois champs mathématiques, en ordre d'importance, sont le sens du nombre, le sens des opérations et les opérations sur des nombres. L'arithmétique semble prendre une place importante dans l'évaluation orthopédagogique en mathématiques au primaire et au premier cycle du secondaire.

Après avoir établi un portrait des caractéristiques des participants ainsi que de l'évaluation orthopédagogique en mathématiques elle-même, un portrait des outils utilisés est élaboré. Nous nous sommes d'abord intéressés aux types d'outils utilisés, à savoir si les intervenants utilisent des outils standardisés ou des outils « maison ». Les résultats les plus significatifs nous indiquent que 8 participants utilisent la majorité du temps des outils de type « maison », 6 participants utilisent toujours des outils de type « maison » tandis que 6 autres utilisent la majorité du temps des outils standardisés. Notons que 13 participants sur un total de 27, soit les participants réalisant des évaluations orthopédagogiques en mathématiques, n'ont utilisé aucun outil standardisé depuis

septembre 2018. Cependant, le nombre de participants ayant utilisé le KeyMath 2 (Connolly, 2000) ou le KeyMath 3 (Connolly, 2008) depuis septembre 2018 est lui aussi significatif, soit un total de 12. Finalement, une liste détaillée de la recension des outils (Appendice B) présente un nombre considérable d'instruments différents. Parmi les 17 outils recensés, trois se démarquent par leur popularité, soit le KeyMath 3, Canadian Edition (Connolly, 2008) et Les incontournables du nombre (Bisaillon et Lyons, 2011) étant employés par 8 participants chacun ainsi que Les Activités d'évaluation orthopédagogique, outil construit par le Centre de services scolaires de l'Énergie (Service d'orthopédagogie, 2016) totalisant 6 utilisateurs.

Enfin, nous nous sommes intéressés aux possibilités qu'offraient les outils précédemment nommés par les répondants en matière de pistes d'intervention. Parmi les 17 outils différents nommés par les participants, 8 fournissent des pistes d'intervention tandis que 9 n'en fournissent aucune.

### **3.3 Sélection des outils**

À partir du portrait produit des outils utilisés par les intervenants en orthopédagogie en mathématiques de la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec, nous avons établi une présélection en fonction de leur popularité, afin de rejoindre le plus grand nombre d'élèves étant évalués par ceux-ci. Puis, nous avons identifié certains critères afin de pouvoir répondre à notre question de recherche voulant décrire les caractéristiques des items évaluant les quatre opérations sur des nombres, soit l'addition,

la soustraction, la multiplication et la division. Il est donc impératif de retrouver des items évaluant chacune des quatre opérations dans les outils sélectionnés. Nous avons donc dû éliminer Les incontournables du nombre (Bisaillon et Lyons, 2011), en raison du peu d'items évaluant les quatre opérations arithmétiques, ce qui ne nous permettrait pas d'atteindre notre premier objectif de recherche. Ainsi, des outils les plus utilisés, nous en avons retenu deux : Le KeyMath 3 (Connolly, 2008) et Les activités évaluatives orthopédagogiques, L'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016).

### **3.4 Collecte et organisation des données**

Dans l'analyse de chacun des items portant sur les concepts arithmétiques, nous procédons à la description des principales caractéristiques quantitatives et qualitatives observées dans les deux outils sélectionnés.

Les premières données quantitatives de chaque outil retenu sont caractérisées en fonction du nombre total d'items portant sur l'arithmétique, le nombre total d'items sur les quatre opérations du primaire. À partir de ces derniers nombres, nous dégagons le nombre total d'items portant soit sur le sens des opérations ou sur les calculs et les techniques de calcul. Enfin, ces deux derniers sous-groupes sont répartis selon le nombre d'items portant sur les opérations de type additif ou multiplicatif selon la catégorisation développée par Vergnaud (1983, 1991 et 2013). Par la suite, nous procédons à une analyse de nature qualitative sur l'ensemble des items sur les quatre opérations arithmétiques de chacun des sous-groupes. L'organisation des données qualitative est effectuée de manière

à faire ressortir les diverses variables didactiques présentes dans chacun des sous-groupes, celles relatives au sens des opérations et celles relatives aux calculs. Dans le premier cas, il s'agit de la grandeur des nombres, des caractéristiques de la numération, du type de mise en relation des données (Vergnaud, 1991 et 2013), de la présence d'information superflue, du type de réponse, soit les différentes variables didactiques pouvant être modifiées dans une tâche (Gautheron, 2015). Cette analyse permettra de rendre compte du niveau de complexité conceptuel propre à chacun des items.

Dans le deuxième cas, les critères retenus pour l'analyse qualitative des items portant sur le calcul et les techniques de calcul sont les aspects didactiques suivants: type de tâche demandée (donnée initiale, transformation et donnée finale comme le mentionne Vergnaud (1991, 2013), type de présentation des calculs (choix de réponse, énoncés courts ou mises en situation). Les choix de réponse ont été considérés en raison de l'influence que peuvent avoir les différentes réponses suggérées à l'élève sur sa propre réponse, n'excluant pas la possibilité que l'apprenant puisse choisir au hasard. L'énoncé court, pouvant s'illustrer comme un item présenté sous forme d'une consigne courte accompagnée d'une image ou de courtes phrases, sans facteurs reliés à un contexte précis, peut renseigner l'orthopédagogue sur la compréhension d'un concept, ici du sens d'une opération arithmétique, sans que ces facteurs viennent altérer sa compréhension elle-même. Puis, une mise en situation plus complexe permet à l'orthopédagogue de vérifier la mobilisation des concepts dans différents environnements, souvent présentés sous forme de petits textes pouvant être accompagnés ou non d'illustrations. Ici, la connaissance du contexte est primordiale et peut influencer la compréhension de l'élève.

Dans son analyse, l'orthopédagogue doit alors traiter plusieurs facteurs pouvant influencer la performance de l'élève : connaissance du contexte, lecture du problème, interprétation des illustrations, des tableaux et des diagrammes, organisation des données, etc. Finalement, le choix des critères d'analyse s'est fait en considérant aussi les différentes caractéristiques du calcul ayant un impact sur le niveau de complexité. De ces dernières caractéristiques, nous entendons les éléments spécifiques à chacun des calculs : la retenue, l'emprunt, la présence de reste lors d'une division, la présence du zéro comme élément neutre ou comme élément absorbant, la présence du un comme élément neutre, la grandeur des nombres rationnels, la forme d'écriture des nombres rationnels et le nombre de facteurs présents dans une même opération (ministère de l'Éducation 2001 et 2004, ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport 2009 et 2012). Il sera donc possible d'observer les différentes situations présentées à l'élève et l'adaptation des variables didactiques.

Après quoi, nous procéderons à la description des différentes propositions d'interprétation en vue d'interventions auprès des élèves. Les propositions d'intervention des auteurs de chaque outil seront décrites, par les différents portraits d'élèves obtenus avec les deux différents outils sélectionnés. Les résultats seront ensuite classifiés selon le type d'informations fournies par l'outil d'évaluation orthopédagogique. C'est-à-dire, si l'outil informe l'orthopédagogue sur le niveau de maîtrise de notions comparativement à celui attendu pour un groupe d'âge ou un niveau scolaire ou non, s'il informe l'orthopédagogue sur la forme prédictive de la connaissance ou sur la forme opératoire. Nous envisageons aussi la possibilité de rencontrer des outils ne proposant aucune piste

d'intervention ou de remédiation. Ceux-ci seront également pris en note. Il sera alors possible de créer un portrait global des outils d'évaluation orthopédagogique en mathématique, présentement utilisés dans les régions de la Mauricie et du Centre-du-Québec, pour les élèves du primaire et du secondaire.

## **Chapitre 4 Résultats**



Dans ce présent chapitre, nous décrivons et interprétons les résultats recueillis, toujours dans l'objectif de répondre à la question suivante: « Dans les outils d'évaluation orthopédagogique utilisés présentement pour évaluer la compréhension des concepts arithmétiques chez des élèves en difficultés en mathématiques du primaire et du premier cycle du secondaire, quelles sont les caractéristiques des items présentés et quelles sont les interventions suggérées permettant un accès à la construction de connaissances chez l'élève? ». Nous débutons ce chapitre par une brève description de chacun des outils sélectionnés afin de décrire les intentions orthopédagogiques des auteurs. Par la suite, nous exposons les procédés utilisés pour dégager nos données d'observation. Ces données sont ensuite examinées en fonction de nos objectifs de recherche.

#### **4.1 Description générale de l'AEO**

L'outil d'évaluation est conçu pour recueillir des informations complémentaires à celles déjà recueillies par les enseignants sur « la qualité et l'efficacité des ressources que l'élève mobilise dans le développement de ses compétences » (Service d'orthopédagogie, 2016, p.1). L'orthopédagogue peut donc colliger les informations sur l'efficacité ou les difficultés de l'élève à propos de notions, de stratégies et de concepts mathématiques. Les auteurs ont classé les différentes épreuves selon les Échelles de niveau de compétence mathématiques (ministère de l'Éducation, 2002), document ministériel. Dans le document

de présentation de l'outil, une mise en garde est précisée. Selon les auteurs, la trousse d'évaluation elle-même ne peut être utilisée pour porter un jugement sur la compétence mathématique de l'élève, ne présentant pas de situation d'évaluation complexe s'apparentant à la première compétence disciplinaire : résoudre une situation problème (ministère de l'Éducation, 2001, 2004).

Les auteurs recommandent aux intervenants d'administrer l'évaluation de façon individuelle afin de pouvoir relever des observations sur la démarche de l'élève. L'importance de noter des informations sur différents facteurs ayant une influence possible sur la réussite de l'élève est spécifiée, comme « l'attention, la concentration et l'utilisation de stratégies » (Service d'orthopédagogie, 2016, p.2). L'outil présente différentes épreuves par niveau scolaire. Cette présentation peut amener l'intervenant à passer l'épreuve identifiée au niveau scolaire de l'élève à celui-ci. Nous pouvons donc déduire que, par exemple, si l'orthopédagogue doit évaluer les connaissances et les habiletés mathématiques d'un élève en difficulté se situant en 4<sup>e</sup> année du primaire, l'épreuve de 4<sup>e</sup> année du primaire sera administrée. Pour l'analyse des conduites de l'élève, l'orthopédagogue doit porter un jugement sur l'ensemble des réalisations de l'élève en s'appuyant sur les différents échelons<sup>3</sup> (ministère de l'Éducation, 2002). Aucun seuil de passage n'est établi. Il est aussi nommé l'importance de prendre en considération

---

<sup>3</sup> Le Ministère de l'Éducation du Québec, en 2002, présentait des *Échelles de niveau de compétences* pour les différentes disciplines, dont neufs différents échelons pour la compétence disciplinaire *Raisonner à l'aide de concepts mathématiques* (Ministère de l'Éducation du Québec. (2002). *Échelles des niveaux de compétences. Enseignement primaire*. Gouvernement du Québec. Bibliothèque nationale du Québec. 125p.). Comme ces échelles ont été remplacées par un nouveau programme de formation ministériel, nous avons jugé non pertinent de le présenter.

tous les facteurs environnants pouvant influencer le rendement de l'élève. Aucune autre information n'est précisée à l'orthopédagogue pour l'analyse des résultats de l'élève.

Le portrait de l'élève fourni par l'outil est présenté selon l'analyse qu'en fait l'orthopédagogue en lien avec les différents échelons. L'analyse proposée laisse place à un jugement dont les critères sont indéterminés; l'analyse pouvant varier selon chacun des intervenants administrant l'évaluation. La validité des résultats obtenus par l'élève peut être ainsi questionnée.

#### **4.2 Description générale de KeyMath 3**

Selon l'auteur, l'objectif de l'outil d'évaluation, KeyMath 3 (Connolly, 2008) est d'établir un portrait des forces et des faiblesses de l'élève dans différents domaines de la mathématique à l'aide de différents sous-tests pour identifier le ou les contenus spécifiques à prendre en compte dans l'enseignement. À l'aide d'études scientifiques et du processus de standardisation, l'outil a été adapté à la clientèle franco-canadienne. Il est donc possible de comparer les résultats de l'élève en mathématiques avec ceux d'autres élèves de son âge ou de son niveau scolaire.

Dans l'outil, l'administration de l'évaluation est clairement définie. L'évaluation doit être administrée de façon individuelle uniquement. Les auteurs (Connolly, 2008) mentionnent que les items présentés sont ordonnés par niveau de difficulté, du plus facile au plus complexe; toutefois peu d'indication est fournie au lecteur sur l'analyse des différentes variables didactiques en jeu. Les consignes pour l'intervenant et pour l'élève

sont décrites à chaque item. Pour débiter, l'intervenant doit établir un item de départ selon le niveau scolaire de l'élève, dans le premier sous-test de l'évaluation : numération. Il doit s'assurer d'avoir la *base*, c'est-à-dire au moins trois items auxquels l'élève doit répondre correctement avant de continuer. L'intervenant peut revenir à des questions précédentes au besoin. L'intervenant continue, par la suite, à présenter chaque item à l'élève jusqu'à ce que celui-ci atteigne le *plafond*. Le *plafond* constitue la fin du sous-test ou la quatrième mauvaise réponse consécutive. L'item plafond définira l'item de départ de chacun des sous-tests suivants, donc selon le niveau de réussite de l'élève. Dans les autres sous-tests, l'intervenant doit mettre fin à ceux-ci après quatre réponses incorrectes ou à la dernière question. Pour l'analyse des résultats, l'intervenant doit entrer les scores bruts (résultats obtenus aux sous-tests) dans un tableau prédéfini et y inscrire les scores échelonnés, le niveau scolaire ou l'âge équivalent ainsi que le rang centile selon la standardisation établie par la recherche.

L'outil d'évaluation KeyMath3 fournit un portrait global de l'élève selon chaque domaine évalué : la numération, l'algèbre, la géométrie, la mesure, l'analyse de données et la probabilité, le calcul mental et l'estimation, l'addition et la soustraction, la multiplication et la division, la démarche dans la résolution de problème ainsi que l'application dans la résolution de problème. Avec le portrait de l'élève, il est possible de le comparer aux autres élèves de son âge ou de son niveau scolaire et d'établir un rang centile. Aucune information n'est cependant fournie sur les facteurs environnementaux à prendre en considération lors de la passation de l'épreuve.

### 4.3 Description de la construction des données

Tel que décrit dans le chapitre précédent, chacun des critères observables des items a été utilisé dans la construction de nos données présentées dans les tableaux des pages qui suivent. Nous procédons à la présentation des libellés de celles-ci.

Chaque item a d'abord été classé en fonction des trois structures distinctes décrites par Vergnaud (1983, 1991 et 2013): les items appartenant à la structure additive, les items appartenant à la structure multiplicative et les items combinant la structure additive et la structure multiplicative, appelée la structure mixte.

Dans l'analyse des items évaluant le sens des opérations, c'est-à-dire tous les items présentant une opération mathématique contextualisée, trois catégories de critères d'analyse ont été identifiées : la première analysant les données numériques de chaque item, la deuxième analysant le type de mise en relation des données numériques (Vergnaud 1983, 1991 et 2013) et la dernière analysant les caractéristiques de la présentation des tâches choisie. L'analyse des données numériques a permis d'observer la nature des nombres présentés à l'élève (N : nombre naturel, Z : nombres entiers, Q : nombres rationnels), la valeur des nombres (A :0 à 10, B :0 à 100, C :0 à 1 000, D :0 à 1 000 000) ainsi que les différentes écritures mathématiques dans les items employant des nombres rationnels (DÉC : nombres décimaux, FRA : fractions, POU : pourcentage). L'identification du type de mise en relation est identifiée telle que décrite dans le cadre

conceptuel<sup>4</sup> (Vergnaud, 1983 et 2013). Enfin, la troisième catégorie de critères d'analyse veut décrire les choix des auteurs des deux outils d'évaluation orthopédagogique différents quant à la présentation des items contextualisés. Trois principaux critères ont été établis : les items présentant des choix de réponse à l'élève (CH-R), des items exposant un énoncé court (ÉN-C) et des items présentant une mise en situation plus complexe (M-E-S). Au cours de l'analyse, la présence d'informations superflues (IN-S) dans quelques items a aussi dû être prise en compte. Celles-ci permettent à l'orthopédagogue de vérifier l'habileté de l'élève à identifier les informations importantes dans une situation problème. Comme les informations superflues étaient présentes autant dans des énoncés courts qu'à l'intérieur des mises en situation plus complexes, elles ont été regroupées séparément.

En ce qui concerne l'analyse des items évaluant les capacités de l'élève à faire des calculs, sans aucun contexte, quatre autres catégories de critères d'analyse ont été définies : les critères analysant les données numériques, les critères analysant les tâches demandées, les critères analysant le type de présentation des tâches ainsi que les critères analysant les caractéristiques des opérations ayant une influence sur la complexité de celles-ci. Comme dans l'analyse des items sur le sens, les critères d'analyse des données numériques ont permis d'établir un portrait des nombres selon leur nature, leur valeur ainsi que selon leur forme d'écriture, pour les nombres rationnels. Ensuite, il a été question de décrire la configuration de chacune des tâches demandées, sachant que certaines

---

<sup>4</sup> Les relations additives présentent six grandes catégories de mise en relation : CO-MS : composition de mesures, TR-M : transformation d'une mesure, CO-TRS : composition de transformations, RE-MS : relation entre deux mesures, TR-ER : transformation d'un état relatif ou CO-ER composition d'états relatifs. Les relations multiplicatives présentent trois catégories de mise en relation des données numériques : SCA : relation scalaire, ISO : isomorphisme de mesures et PRO : produit de mesures.

configurations peuvent augmenter ou diminuer le niveau de complexité d'une tâche. L'exemple d'une addition de deux nombres naturels pourrait sembler plus aisé que la présence d'un terme manquant dans une addition, obligeant l'élève à effectuer une soustraction pour résoudre l'opération, d'utiliser de déduction. Le type de présentation des tâches a, par la suite, été décrit, ainsi que la nature de la tâche demandée, soit un calcul mental (CM) ou un calcul écrit (CÉ). Une présentation horizontale (PH) et une présentation verticale (PV) demandent chacune des habiletés différentes de la part de l'apprenant. L'une renvoie à un algorithme de calcul traditionnel tandis que l'autre demande à l'élève une plus grande flexibilité cognitive et une connaissance de l'algorithme s'il doit placer par lui-même les nombres. Dans une présentation verticale, plusieurs caractéristiques peuvent être utilisées par les auteurs pour augmenter le niveau de complexité. C'est à partir de cela qu'a été définie la dernière catégorie de critères d'analyse : les caractéristiques des opérations ayant une influence sur la complexité de celles-ci. Ici, il est question des variables didactiques pouvant être mises en action, c'est-à-dire les propriétés des algorithmes (RET :retenues, EMP :emprunts, RES :restes), les propriétés des opérations (ZÉR :le rôle du zéro comme élément neutre ou élément absorbant, UN :le rôle du un comme élément neutre), l'utilisation d'un multiplicateur ou d'un diviseur comportant deux chiffres ou plus(2+MD), l'utilisation de fractions plus grandes ( $m/n > 1$ ) ou plus petites que le nombre un ( $m/n < 1$ ), l'utilisation de l'écriture de nombre fractionnaire (N-F), l'utilisation de nombres décimaux de structures différentes (un ou plusieurs chiffres après la virgule, présence du zéro), etc.

À partir des catégories de critères précédemment décrites, il a été possible de percevoir différentes observations qui nous ont permis de constituer un portrait des plus exhaustif. Il a été possible d'identifier, pour les deux différents outils analysés, plusieurs constats, certains étant plus globaux et d'autres étant plus précis à un item en particulier. La section suivante décrit ces constats.

#### **4.4 Description des résultats : faits globaux**

D'abord, il est important de relever plusieurs observations similaires aux deux outils sélectionnés, même si ceux-ci sont bien différents dans leur ensemble. Le tableau suivant permet d'observer certaines tendances apparaissant dans les deux outils. Tous deux semblent mettre l'emphase sur l'évaluation du calcul plutôt que du sens, en présentant au total 314 items contre 96, soit au moins le triple. Une deuxième tendance est observée quant aux différentes structures. La priorité, autant dans un outil comme dans l'autre, est mise sur les items de structure additive. Nous en avons dénombré 228 au total, soit plus de la moitié de tous les items. De plus, c'est majoritairement la structure mixte qui comporte le moins d'items pour un total de 42. Cependant, L'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) compte plus d'items combinant les deux structures que d'items de structure multiplicative pour ce qui est du sens. Il est aussi évident d'observer que les deux outils donnent une importance significative aux nombres naturels par comparaison aux nombres rationnels. On retrouve 313 items utilisant des nombres entiers comparativement à 91 items pour des nombres rationnels.



Tableau 3

*Faits globaux*

AEO : 258 items	Nombre d'items évaluant le sens des opérations :49	Structure additive :18	N :18 / Z- :0 / Q :0
		Structure multiplicative :11	N :6 / Z- :0 / Q :5
		Structure mixte :20	N :10 / Z- :0 / Q :10
	Nombres d'items évaluant le calcul :209	Structure additive :122	N :97 / Z- :0 / Q :25
		Structure multiplicative :77	N :61 / Z- :0 / Q :16
		Structure mixte :10	N :8 / Z- :0 / Q :2
KeyMath3 : 152 items	Nombre d'items évaluant le sens des opérations :47	Structure additive :26	N :25 / Z- :0 / Q :1
		Structure multiplicative :13	N :12 / Z- :0 / Q :1
		Structure mixte :8	N :5 / Z- :0 / Q :3
	Nombres d'items évaluant le calcul :105	Structure additive :62	N :45 / Z- :3 / Q :14
		Structure multiplicative :39	N :23 / Z- :2 / Q :14
		Structure mixte :4	N :3 / Z- :1 / Q :0
Total :	Calcul :314	S. additive : 228 / S. mixte : 42	N :313 / Q :91
410	Sens :96	S. multiplicative : 140	Z- :6

D'autres faits globaux ressortent de l'observation générale des deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques. D'abord, les nombres entiers relatifs négatifs sont très peu employés, soit dans seulement six items différents et ce, uniquement dans l'évaluation du calcul dans l'outil KeyMath3 (Connolly, 2008). Bien qu'absent du précédent tableau, nous avons aussi observé qu'aucun item ne met en relation des nombres par une composition d'états relatifs, lors de l'évaluation du sens des opérations dans un contexte donné.

## **4.5 Description des résultats de l'analyse des items portant sur le sens**

Par la suite, nous nous sommes intéressées aux items évaluant le sens des opérations dans un contexte donné. En nous appuyant sur les critères précédemment décrits, nous avons étudié les différents faits que présente chacun des deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques choisis. L'analyse du premier outil, l'AEO du Centre de services scolaires de l'Énergie (Service d'orthopédagogie, 2016) a révélé plusieurs constats à prendre en considération dans l'étude des épreuves utilisées par les intervenants de la Mauricie et du Centre-du-Québec pour vérifier l'état des connaissances et des compétences de l'élève en arithmétique. Les caractéristiques quant aux données numériques, quant aux types de mise en relation de celles-ci ainsi que celles quant aux caractéristiques de la présentation des tâches ont été dégagées.

### **4.5.1 Description des résultats d'analyse du sens, AEO**

Le Tableau 5 de la page suivante présente les caractéristiques numériques des items sur le sens selon les trois différentes relations entre celles-ci, soit la structure additive, la structure multiplicative et la structure combinant les deux, la structure mixte. Il est ici important de préciser que l'AEO du Centre de services scolaire de l'Énergie (Service d'orthopédagogie, 2016) présente des épreuves selon les différents niveaux scolaires de l'élève, structure qui lui est spécifique. Le deuxième outil étudié, KeyMath3 (Connolly, 2008) ne présentant qu'une seule épreuve pour tous les apprenants. Considérant le nombre important d'items présentés dans les épreuves de chaque année

scolaire et considérant que le ministère de l'Éducation délimite les différentes années scolaires par cycle, nous considérons les cycles dans la présente analyse. Il a donc été important d'inclure ce critère.

Afin de dégager un portrait intégral, nous avons ressorti la nature des nombres selon chaque structure, le nombre d'items de chaque structure dans chaque niveau scolaire ainsi que la valeur de chaque item par niveau scolaire. Nous nous sommes aussi penchés sur les différents types d'écriture des nombres rationnels, soit les nombres décimaux, les fractions et les pourcentages, jugeant significatif l'impact de ceux-ci sur le niveau de complexité des tâches.

Tableau 4

*Structures selon le niveau scolaire et les valeurs numériques - AEO*

Type de structure / Nature des nombres		Niveau scolaire par cycle (valeur numérique/écriture)	Valeur numérique des données numériques / Type d'écriture des données rationnelles
Structure additive : 18	N : 18	1CP : 12	A : 3, B : 7, C : 2
		2CP : 5	A : 1, B : 3, C : 1
		1SC : 1	A : 1
Structure multiplicative : 11	N : 6	2CP : 4	A : 2, B : 2
		3CP : 1	C : 1
		1CS : 1	C : 1
	Q : 5	2CP : 1	B : 1/FRA : 1
		1CS : 4	A : 1/FRA : 1, C : 3/DÉC : 3
Structure mixte : 20	N : 10	2CP : 4	A : 2, B : 2
		3CP : 1	D : 1
		1CS : 5	A : 3, B : 2
	Q : 10	3CP : 3	A : 1/FRA : 1, B : 2/DÉC : 2
		1CS : 7	A : 2/POU : 1, DÉC : 1, B : 3/DÉC : 3, C : 2/FRA : 1, POU : 2, DÉC : 1
Total : 49	N : 34	1CP : 12	A : 16, B : 22, C : 10, D : 1, FRA : 4, POU : 3,
	Q : 15	2CP : 14	DÉC : 10
		3CP : 5	
		1CS : 18	

L'analyse de la nature des nombres nous amène à faire plusieurs constats. D'abord, comme mentionné dans les constats généraux, il est possible d'observer un rapport de 2 pour 1 pour le nombre d'items utilisant des nombres naturels comparativement au nombre d'items utilisant des nombres rationnels. De plus, la majorité des items utilisant des nombres naturels se situent au premier et deuxième cycle du primaire. Tandis que ceux mettant en relation des nombres rationnels sont majoritairement au troisième cycle du primaire et au premier cycle du secondaire. Cette répartition semble être en cohérence avec le développement de la connaissance sur la numération en lien avec le niveau scolaire. Cela pourrait expliquer pourquoi nous ne retrouvons aucun nombre rationnel dans la structure multiplicative au troisième cycle du primaire. Cependant, un item du deuxième cycle du primaire nous questionne, présentant une opération de structure multiplicative avec un nombre rationnel, plus précisément une fraction et un nombre naturel : « Ton livre de lecture contient 96 pages. Si tu lis  $\frac{3}{8}$  de ton livre, combien de pages te reste-t-il à lire? » (Service d'orthopédagogie, 2016, 4<sup>e</sup> année du primaire, p.28). Dans ce problème proposé à l'élève, bien que celui-ci doive effectuer une opération, l'élément de savoir évalué n'est pas une opération sur une fraction, mais bien une opération de multiplication et de division que l'élève doit faire en lien avec le sens de la fraction comme opérateur. Considérant que l'objet d'analyse soit le sens du nombre rationnel plutôt qu'une opération sur une fraction, le niveau de complexité diminue considérablement.

Toujours en se rapportant au Tableau 5 de la page précédente, plusieurs constats quant aux différentes structures établies sont observés. D'abord, contrairement à la tendance générale des deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques, c'est

ici la structure mixte qui semble prioritaire comparativement aux structures additives et multiplicatives. La majorité des items sont présentés à partir d'une structure combinant à la fois des relations additives et multiplicatives, soit 20 items sur un total de 49. Ce type de structure demande à l'apprenant de mobiliser différents savoirs mathématiques dans une même situation contextualisée. Il est possible d'observer que ce type de structure est présent dès le deuxième cycle du primaire, laissant place à l'unique structure additive au premier cycle du primaire. Les auteurs semblent apporter une certaine importance à la structure additive en présentant un nombre élevé d'items de structure additive, soit un total de 18 sur 49. Il reste donc peu d'items de structure multiplicative, soit seulement 11 sur 49 pour évaluer le sens des opérations de multiplication et de division de façon isolée.

L'étude des valeurs des données numériques utilisées dans les situations évaluant le sens des opérations a révélé plusieurs informations intéressantes. Une majorité d'items utilisent des nombres entre 0 et 100 (B :22) tandis qu'un seul item emploie des nombres entre 0 et 1 000 000 (D :1). Les 26 autres items mettent en relation des nombres entre 0 et 10 (A :16) et de nombres entre 0 et 1 000 (C :10). Les auteurs ont pu se servir de la valeur des données numériques présentées pour faire varier le niveau de difficulté des problèmes. Il est aussi possible de noter que les problèmes proposés aux élèves du premier cycle du primaire regroupent pour la plupart des nombres entre 0 et 10 (A :3) ainsi que des nombres entre 0 et 100 (B :7). Mais, quelques items présentent, dès le premier cycle du primaire, des nombres entre 0 et 1 000 (C :2). Toute proportion gardée, au premier cycle du secondaire, ce sont des items mettant en relation des nombres entre 0 et 10 (A :7) et 0 et 100 (B :5) qui sont le plus nombreux, comparativement à ceux mettant en relation des

nombres entre 0 et 1 000 (C :6). Nous pouvons donc penser que les auteurs ont mis d'autres variables didactiques en jeu pour augmenter le niveau de complexité des situations proposées aux élèves les plus vieux et qui sont susceptibles d'avoir développé plus de connaissances mathématiques.

Le Tableau 5 des pages précédentes nous révèle aussi plusieurs constats quant au choix d'exploiter des nombres rationnels. Il est intéressant de noter que lorsqu'il est question d'évaluer le sens des opérations sur des nombres rationnels plutôt que sur des nombres entiers, c'est aux élèves les plus âgés que les auteurs s'adressent. La majorité des items utilisant des nombres rationnels se situe donc au premier cycle du secondaire, soit 11 items sur un total de 15. Trois autres items sont présentés aux élèves du troisième cycle du primaire et un dernier au deuxième cycle, mais comme mentionné plus haut, il est important de nuancer le niveau de complexité de celui-ci, considérant que le sens du nombre rationnel est évalué plutôt que le sens d'une opération sur un nombre rationnel. Pour ce qui est des différentes écritures employées dans les situations, la plupart sont des nombres décimaux (DÉC :10), mais nous retrouvons aussi 4 items qui mettent en jeu des fractions (FRA :4) et 3 items des pourcentages (POU :3). Ici, nous devons spécifier que deux items mettent à la fois des pourcentages et des nombres décimaux en relation. De plus, les items mettant en relation des pourcentages se retrouvent uniquement au premier cycle du secondaire.

Puis, toujours dans l'outil d'évaluation AEO (Service d'orthopédagogie, 2016), lorsque nous analysons le nombre de problèmes présentés par niveau scolaire, force est de constater que très peu sont proposés aux élèves du troisième cycle du primaire, soit

seulement 5 sur un total de 49, dont 3 présentent des nombres rationnels. Le nombre d'items semble, par la suite, être réparti de façon presque uniforme dans les trois autres cycles : le premier cycle du primaire en compte 12, le deuxième cycle du primaire, 14, et le premier cycle du secondaire, 18.

Nous continuons notre analyse. Le premier outil, l'AEO (RÉFÉRENCE) présente des opérations arithmétiques dans divers types de mise en relation (Vergnaud, 1983, 2013), cité dans chapitre cadre conceptuel). L'analyse de ceux-ci révèle d'abord une majorité de compositions de mesure dans la structure additive ainsi que dans la structure mixte. D'un autre part, les transformations de mesures, d'états relatifs et les compositions de transformation ont été très peu exploités parmi tous les items présentés, tous niveaux scolaires confondus (TR-M :5, TR-ER :2, CO-TRS :4). Du côté de la structure multiplicative, l'emphase semble avoir été mise sur les opérations présentées dans une relation d'isomorphisme de mesure ou une relation scalaire (ISO :12, SCA :14). Tandis que la mise en relation qui consiste en un produit de mesures est présentée de façon plus clairsemée (PRO :5). De plus, la majorité des problèmes utilisant une relation de produit de mesures sont soumis aux élèves du premier cycle du secondaire, en laissant un seul au troisième cycle du primaire : « Simon a effectué un trajet de 252 km en 2,4 heures. Quelle a été sa vitesse moyenne pour une heure? » (Service d'orthopédagogie, 2016, Secondaire 2, p.4). Considérant l'ordre de complexité dans lequel Vergnaud (1983, 2013) propose chacun des types de mise en relation des données numériques en arithmétique, il est intéressant d'étudier les liens que l'on peut faire avec le niveau scolaire dans lequel ils sont offerts ainsi que la nature et la valeur des données numériques qu'ils mettent en

relation. Il est donc possible de constater que dans la structure mixte, une structure demandant à l'élève de mobiliser plusieurs connaissances, une majorité de mise en relation des données sont des compositions de mesures, soit 9 items. Il est aussi possible d'observer que la majorité des compositions de mesure dans la structure mixte mettent en jeu des nombres rationnels, soit six items sur un total de 9 items. Inversement, nous observons que des données numériques de grande valeur (C), présentées dans une relation entre deux ou plusieurs mesures (RE-MS), sont proposées aux apprenants dès le premier cycle du primaire.



Tableau 5

*Types de mise en relation - AEO*

Type de structure / Nature des nombres	Niveau scolaire par cycle (valeur numérique/écriture)	Type de mise en relation des données numériques (valeur numérique/écriture)
Structure additive : 18 N : 18	1CP :12 (A :3, B :7, C :2)	CO-MS :6 (B :5, C :1), TR-M :4 (A :2, B :2), RE-MS :2 (A :1, C :1)
	2CP :5 (A :1, B :3, C :1)	CO-MS :3 (A :1, B :1, C :1), CO-TRS :2 (B :2)
	1SC :1(A :1)	CO-TRS :1 (A :1)
Structure multiplicative : 11 N : 6 Q : 5	2CP :4 (A :2, B :2)	SCA :2 (A :1, B :1), ISO :2 (A :1, B :1)
	3CP :1 (C :1)	ISO :1 (C :1)
	1CS :1 (C :1)	ISO :1 (C :1)
	2CP :1 (B :1/FRA :1)	ISO :1 (B :1)
	1CS :4 (A :1/FRA :1, C :3/DÉC :3)	SCA :1 (C :1/DÉC :1), ISO :2 (A :1/FRA :1, C :1/DÉC :1), PRO :1 (C :1/DÉC :1)
Structure mixte : 20 N : 10 Q : 10	2CP :4 (A :2, B :2)	CO-MS :2 (A :2), TR-M :1 (B :1), RE-MS :1 (B :1), SCA :2 (A :1, B :1), ISO :2 (A :1, B :1)
	3CP :1 (D :1)	RE-MS :1 (D :1), SCA :1 (D :1)
	1CS :5(A :3, B :2)	CO-MS :1 (A :1), RE-MS :4 (A :2, B :2), SCA :4 (A :2, B :2), PRO :1 (A :1)
	3CP :3 (A :1/FRA :1, B :2/DÉC :2)	CO-MS :3 (A :1/FRA :1, B :2/DÉC :2), SCA :1 (A :1/FRA :1), ISO :1 (B :1/DÉC :1), PRO :1 (B :1/DÉC :1)
	1CS :7 (A :2/POU :1, DÉC :1, B :3/DÉC :3, C :2/FRA :1, POU :2, DÉC :1)	CO-MS :3 (B :3/DÉC :3), RE-MS :1 (A :1/DÉC :1), CO-TRS :1 (C :1/FRA :1, POU :1, DÉC :1), TR-ER :2 (A :1/POU :1, C :1/POU :1), SCA :3 (A :1/DÉC :1, B :1/DÉC :1, C :1/FRA :1, POU :1, DÉC :1), ISO :2 (A :1/POU :1, C :1/POU :1) PRO :2 (B :2/DÉC :2)
: Total 49 N :34 Q :15	1CP :12, 2CP :14, 3CP :5, 1CS :18, A :16, B :22, C :10, D :1, FRA :4, POU :3, DÉC :10	CO-MS :18, TR-M :5, RE-MS :9, CO-TRS :4, TR-ER :2, SCA :14, ISO :12, PRO :5

Puis, l'analyse de la dernière catégorie de critères, les caractéristiques de la présentation des tâches, nous permet de faire des constats supplémentaires. Comme mentionné lors de la description de la démarche d'analyse, les différentes présentations permettent à l'évaluateur de vérifier différentes habiletés et connaissances dans différents niveaux de complexité. Le premier constat observable est le fait que les auteurs ne suggèrent aucun choix de réponse à l'apprenant, mais leur présentent les tâches dans des énoncés courts ou dans des mises en situation. L'outil ne présente aucune situation

complexe de résolution de problème relié à la deuxième compétence disciplinaire : résoudre une situation mathématique. Celui-ci met toutefois l'emphase sur les mises en situation qui constituent environ les deux tiers du total des items (M-E-S :33). Les énoncés courts représentent 16 items sur un total de 49. Pour ce qui est de leur répartition, la plupart des énoncés courts se situent au secondaire (ÉN-C :14) tandis que deux se retrouvent au deuxième cycle du primaire. Le premier et le troisième cycle du primaire contiennent, quant à eux, uniquement des mises en situation. À l'opposé, le premier cycle du secondaire comporte une majorité d'énoncés courts (ÉN-C :14) pour peu de mises en situation (M-E-S :3). L'ajout du critère d'analyse des informations superflues, le considérant comme une caractéristique qui augmente le niveau de complexité de la tâche et qui demande à l'élève une habileté à sélectionner les informations utiles, est ici intéressant. Nous pouvons observer que peu d'items en contiennent (IN-S :6). Nous ne notons aucun lien significatif entre les informations superflues et le fait qu'elles soient dans un énoncé court ou dans une mise en situation. Cependant, il est significatif d'observer que les items refermant des informations superflues sont proposés presque uniquement au premier cycle du secondaire, mis à part un seul au deuxième cycle du primaire.

Tableau 6

*Caractéristiques de la présentation des tâches - AEO*

Type de structure / Nature des nombres		Niveau scolaire par cycle (valeur numérique/écriture)	Caractéristiques de la présentation des tâches influençant la complexité (type de mise en relation des données numériques/écriture)
Structure additive : 18	N :18	1CP :12 (A :3, B :7, C :2)	M-E-S :12 (CO-MS :6, TR-M :4, RE-MS :2)
		2CP :5 (A :1, B :3, C :1)	ÉN-C :2 (CO-MS :2) M-E-S :3 (CO-MS :1, CO-TRS :2)
		1SC :1 (A :1)	ÉN-C :1 (CO-TRS :1)
Structure multiplicative : 11	N : 6	2CP :4 (A :2, B :2)	M-E-S :4 (SCA :2, ISO :2)
		3CP :1 (C :1)	M-E-S :1 (ISO :1)
		1CS :1 (C :1)	ÉN-C :1 (ISO :1)
	Q : 5	2CP :1 (B :1/FRA :1)	M-E-S :1 (ISO :1)
		1CS :4 (A :1/FRA :1, C :3/DÉC :3)	ÉN-C :2 (ISO :1/DÉC :1, PRO :1/DÉC :1) M-E-S :2 (SCA :1/DÉC :1, ISO :1/FRA :1)
Structure mixte :20	N :10	2CP :4 (A :2, B :2)	M-E-S :4 (CO-MS :2, TR-M :1, RE-MS :1, SCA :2, ISO :2), *IN-S :1 (TR-M :1, SCA :1)
		3CP :1 (D :1)	M-E-S :1 (RE-MS :1, SCA :1)
		1CS :5 (A :3, B :2)	ÉN-C :5 (CO-MS :1, RE-MS :4, SCA :4, PRO :1) *IN-S :1 (CO-MS :1, PRO :1)
	Q :10	3CP :3 (A :1/FRA :1, B :2/DÉC :2)	M-E-S :3 (CO-MS :3/FRA :1, DÉC :2, SCA :1/FRA :1, ISO :1/DÉC :1, PRO :1/DÉC :1)
			1CS :7 (A :2/POU :1, DÉC :1, B :3/DÉC :3, C :2/FRA :1, POU :2, DÉC :1)
Total :49	N :34 Q :15	1CP :12, 2CP :14, 3CP :5, 1CS :18,	ÉN-C :16
		A :16, B :22, C :10, D :1, FRA :4, POU :3, DÉC :10	M-E-S :33 *IN-S :6/49

**4.5.2 Description des résultats d'analyse du sens, KeyMath 3**

Le deuxième outil d'évaluation orthopédagogique en mathématiques sélectionné, le KeyMath 3 (Connolly, 2008), bien que différent du premier, amène, lui aussi, plusieurs constats quant aux différentes structures, à la nature et à la valeur des données numériques choisies, aux différents types de mise en relation des données numériques ainsi qu'aux

caractéristiques de présentation des données et leur influence sur le niveau de complexité des tâches. Afin de situer le lecteur, il est important de rappeler que cet outil d'évaluation est construit en un seul test présenté à tous les niveaux des élèves dans lequel l'évaluateur doit suivre un ordre précis, attribué selon le score de l'apprenant. Le KeyMath 3 (Connolly, 2008) n'est donc pas séparé par niveau scolaire.

La première catégorie de critères d'analyse, la nature des données numériques, nous permet de faire des constats semblables à ceux réalisés lors de l'analyse du premier outil. D'une part, nous constatons que les auteurs ont mis l'emphase sur les nombres naturels (N :42) comparativement aux nombres rationnels (Q :5), qui représentent seulement 5 items sur un total de 47. De plus, comme déjà mentionné plus haut dans l'analyse globale des deux outils, nous retrouvons un plus grand nombre de naturels dans la structure additive (N :25) que dans la structure multiplicative (N :12) et dans la structure mixte (N :5). Aucun nombre entier relatif négatif n'a été utilisé dans les items évaluant le sens des opérations (Z-). D'une autre part, même si peu nombreux, la majorité des items utilisant des nombres rationnels présentent aussi une structure mixte, soit trois, tandis que nous retrouvons uniquement un item utilisant des nombres rationnels dans chacune des deux autres structures. Si nous examinons de plus près ces deux items, nous notons un niveau de complexité assez élevé. D'abord, dans la structure additive, nous retrouvons un seul élément mettant en relation des nombres rationnels ayant une valeur entre 0 et 1 000 (C), présenté à l'apprenant dans une mise en situation et contenant des informations superflues, nécessitant une attention particulière lors de la sélection des informations importantes. Puis, dans la structure multiplicative, l'item utilisant des nombres rationnels

est présenté dans une mise en situation et met en relation les nombres par un isomorphisme de mesure.

Tableau 7

*Nature et valeur des données numériques – KeyMath 3*

Type de structure	Nature des nombres	Valeur des données numériques / Écriture
Structure additive : 26	N :25	A :19, B :5, C :1
	Q :1	C :1/ DÉC :1
Structure multiplicative :13	N :12	A :4, B :7, C :1
	Q :1	C :1/DÉC :1
Structure mixte :8	N :5	A :2, B :2, D :1
	Q :3	A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1, D :1/ POU :1
Total :47	N :42	DÉC :3, POU :1, FRA :1
	Q :5	A :26, B :15, C :4, D :2

La valeur des données numériques révèle aussi plusieurs éléments intéressants. Afin d'évaluer la compréhension du sens des opérations des élèves, les auteurs ont préféré utiliser, pour la majorité des items, des nombres de petite valeur, soit des nombres entre 0 et 10 (A :26) et des nombres entre 0 et 100 (B :15). Très peu de nombres supérieurs ont été mis en action, quelques nombres entre 0 et 1 000 (C :4) et uniquement 2 entre 0 et 1 000 000 (D :2). Nous observons aussi que la majorité des items de la structure additive utilisent des nombres entre 0 et 10 (A :19). À l'inverse, la structure mixte présente les deux items utilisant les nombres de plus grandes valeurs (D :2), dont un item présentant des opérations sur des pourcentages (POU :1).

M. Martinez est agent d'immobilier. Il a vendu cette maison pour trois cent soixante-deux mille dollars. La commission de l'agence sur la vente est de cinq pour cent et M. Martinez reçoit soixante pour cent de la commission sur la vente. Combien M. Martinez a-t-il gagné en vendant la maison? (Connolly, 2008, KeyMath 3, Application, item 34)

Lorsque nous examinons les nombres rationnels plus en détail, il est possible de voir que les auteurs ont mis l'accent sur les nombres décimaux (DÉC :3), réservant une petite place aux fractions (FRA :1) et aux pourcentages (POU :1). Les items présentant des nombres décimaux semblent être d'un niveau élevé de complexité, ayant deux items sur trois avec des nombres entre 0 et 1 000 (C :2) et un seul utilisant des nombres entre 0 et 10 (A :1). Le niveau de complexité des autres items mettant en relation des nombres rationnels semble aussi élevé. Alors que l'item mettant en jeu des fractions est présenté dans la structure mixte, celui mettant en jeu des pourcentages utilise des nombres de valeurs entre 0 et 1 000 000 tout en étant lui aussi présenté dans la structure mixte.

La seconde catégorie de critères d'analyse, les types de mise en relation selon Vergnaud (1983 et 2013), nous permet de constater, comme dans le premier outil, que plusieurs types de mise en relation sont proposés à l'élève. Cependant dans la structure additive, l'emphase est ici mise surtout sur les mesures, soit sur la composition de mesures (CO-MS :11), sur la transformation d'une mesure (TR-M :8) ainsi que sur la relation entre deux mesures (RE-MS :11). En contrepartie, les compositions de transformations (CO-TRS :3) et la transformation d'un état relatif (TR-ER :1) ont été très peu exploitées. Du côté de la multiplication et de son opération inverse, les auteurs ont plutôt opté pour une majorité de relations scalaires (SCA :10), soit près de la moitié des items présentés autant

dans la structure multiplicative que dans la structure mixte. La deuxième moitié des items se partageant des problèmes de type produit de mesure (PRO :6) et des isomorphismes de mesures (ISO :5). La valeur des données numériques utilisées dans chacun des types de mise en relation semble varier. Nous ne notons aucune observation significative.

Tableau 8

*Types de mise en relation - KeyMath 3*

Type de structure	Nature des nombres / valeur des données	Type de mise en relation des données numériques
Structure additive : 26	N :25 (A :19, B :5, C :1)	CO-MS :7 (A:5, B:2), TR-M :6 (A:6), RE-MS :8 (A:7, B:1), CO-TRS :3 (A:1, B:2), TR-ER :1 (C:1)
	Q :1 (C :1/ DÉC :1)	CO-MS :1 (C:1)
Structure multiplicative :13	N :12 (A :4, B :7, C :1)	SCA :6 (A:2, B:4), ISO :3 (A:1, B:2), PRO :3 (A:1, B:1, C:1)
	Q :1(C :1/DÉC :1)	ISO :1 (C:1)
Structure mixte :8	N :5 (A :2, B :2, D :1)	CO-MS :3 (A:2, D:1), TR-M :1 (B:1), RE-MS :1 (B:1), SCA :2 (B:2), PRO :3 (A:2, D:1)
	Q :3(A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1, D :1/ POU :1)	TR-M :1 (B :1/ FRA :1), RE-MS :2 (A:1/ DÉC:1, D:1/ POU:1), SCA :2 (A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1), ISO :1 (D:1/ POU:1)
Total :47	N :42, Q :5, DÉC :3, POU :1, FRA :1 (A :26, B :15, C :4, D :2)	CO-MS :11, TR-M :8, RE-MS :11, CO-TRS :3, TR-ER :1, SCA :10, ISO :5, PRO :6

Puis, la dernière catégorie de critères d'analyse, les caractéristiques de la présentation des tâches influençant la complexité des tâches, démontre des aspects différents du premier outil analysé. En premier lieu, les auteurs ont choisi d'utiliser des choix de réponse en plus d'énoncés courts et de mises en situation. En tout, cinq items offrent des choix de réponses à l'apprenant (CH-R :5). En second lieu, ils semblent avoir priorisé l'évaluation du sens des opérations par la mobilisation des connaissances dans des situations contextualisées et impliquant des facteurs influençant. Une majorité d'items est donc proposée à l'élève dans une mise en situation (M-E-S :29). Finalement, treize items, sur un total de 47, sont montrés dans des énoncés courts (ÉN-C :13). Dans la

KeyMath3 (Connolly, 2008) comme dans l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016), l'utilisation d'informations superflues dans quelques items a aussi été mise en place, ce qui a pour effet d'augmenter le niveau de complexité de la tâche proposée. Ici, un plus grand nombre d'items présente une telle variable didactique (IN-S :13), soit près de 25%. De plus, les informations superflues se retrouvent majoritairement dans la structure additive. Une étude plus approfondie nous a aussi permis de constater que les seuls items présentant des nombres rationnels, autant dans la structure additive que dans la structure multiplicative, sont présentés dans une mise en situation contextualisée, ce qui occasionne aussi un niveau de complexité élevé. Sans oublier que l'item présentant des nombres rationnels dans la structure additive présente aussi des informations superflues, ce qui oblige l'apprenant à faire une sélection d'informations, ajoutant donc une autre variable didactique à prendre en compte.

Les précédentes pages font donc état des différentes observations, plus précisément les plus significatives en ce qui concerne les items évaluant le sens des opérations arithmétiques. La prochaine section présentera alors les constats les plus éloquentes quant aux items évaluant la technique et les calculs.



Tableau 9

*Caractéristiques de la présentation des tâches - KeyMath3*

Type de structure	Nature des nombres / valeur des données	Caractéristiques de la présentation des tâches influençant la complexité (Type de mise en relation des données numériques/écriture)
Structure additive : 26	N :25 (A :19, B :5, C :1)	CH-R :2 (CO-TRS :1, TR-M :1), ÉN-C :8 (CO-MS :1, TR-M :2, RE-MS :3, CO-TRS :2), M-E-S :15 (CO-MS :6, TR-M :3, RE-MS :5, TR-ER :1), *IN-S :10 (CO-MS :5, TR-M :1, RE-MS :3, CO-TRS :1, TR-ER :1)
	Q :1 (C :1/ DÉC :1)	M-E-S :1 (CO-MS :1), IN-S :1 (CO-MS :1)
Structure multiplicative :13	N :12 (A :4, B :7, C :1)	CH-R :2 (SCA :1, PRO :1), ÉN-C :3 (SCA :2, ISO :1), M-E-S :7 (SCA :3, ISO :2, PRO :2), *IN-S :2 (SCA :1, PRO :1)
	Q :1(C :1/DÉC :1)	M-E-S :1 (ISO :1)
Structure mixte :8	N :5(A :2, B :2, D :1)	CH-R :1 (CO-MS :1, PRO :1), ÉN-C :1 (TR-M :1, SCA :1), M-E-S :3 (CO-MS :2, RE-MS :1, SCA :1, PRO :2), *IN-S :1 (CO-MS :1, PRO :1)
	Q :3(A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1, D :1/ POU :1)	ÉN-C :1 (TR-M :1, SCA :1), M-E-S :2 (RE-MS :2, SCA :1, ISO :1)
Total :47	N :42, Q :5, DÉC :3, POU :1, FRA :1 (A :26, B :15, C :4, D :2)	CH-R :5, ÉN-C :13, M-E-S :29, *IN-S :13

**4.5.3 Description des résultats d'analyse du calcul, AEO**

Comme mentionné au début de ce présent chapitre, l'étude des items évaluant les calculs dans des opérations arithmétiques a été réalisée à l'aide de plusieurs catégories d'analyse. La première catégorie examine les données numériques présentées dans chacun des items, la deuxième s'attarde aux types de tâches demandées et la dernière s'intéresse aux différents types de présentation des calculs ainsi qu'aux caractéristiques des calculs verticaux ayant un impact sur le niveau de complexité de la tâche. Cette analyse fut menée, en considérant le type de structure utilisée pour mettre les données numériques en relation, soit la structure additive, la structure multiplicative et la structure mixte. Rappelons que

l'analyse du premier outil diffère légèrement de celle du deuxième, l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) présentant différents tests pour chacun des niveaux scolaires. Nous avons donc pu découper l'analyse selon le cycle scolaire dans lequel les items étaient proposés aux élèves.

D'abord, les données numériques nous en apprennent beaucoup. Comme dans l'évaluation du sens des opérations, une grande majorité des items utilisent des nombres naturels (N :166). De plus, il est possible d'observer une certaine proportion de 4 items mettant en relation des nombres naturels pour 1 item mettant des nombres rationnels en relation, dans les trois différentes structures. Même si beaucoup moins de tâches demandent à l'élève de calculer des nombres rationnels, il est tout de même possible d'en compter 43 (Q :43).

Tableau 10

*Faits numériques des items sur le calcul - AEO*

Structure / Nature	Nature	Niveau scolaire	Valeur des données numériques / Écriture
Structure additive : 122	N :97	1CP :48	(A :24, B :19, C :5)
		2CP :38	(B :14, C :6, D :18)
		3CP :9	(C :1, D :8)
		1CS :2	(D :2)
	Q :25	2CP :9	(B :8, C :1/DÉC :9)
		3CP :4	(A :1, B :2, C :1/ DÉC :4)
Structure multiplicative :77	N :61	3CP :12	(A :4, B :8/ FRA :12)
		2CP :47	(A :10, B :22, C :15)
		3CP :11	(B :1, C :5, D :5)
	Q :16	1CS :3	(C :1, D :2)
		3CP :9	(B :5, C :3, D :1/ DÉC :9)
		3CP :4	(A :2, B :2/ FRA :4)
Structure mixte :10	N :8	1CS :3	(B :1, C :2/ FRA :3)
		3CP :3	(A :1, B :1, C :1)
	Q :2	1CS :5	(A :1, B :4)
		1CS :1	(B :1/ DÉC :1)
Total :209	N :166 Q :43	1CS :1	(A :1/ FRA :1)
		1CP :48, 2CP :94, 3CP :52, 1CS :15	A :44, B :88, C :41, D :36 / DÉC :23, FRA :20

Pour ce qui est des trois différentes structures, encore ici, nous constatons que les auteurs ont mis l'emphase sur la structure additive avec un sous-total de 122 items sur 209. À l'opposé, la structure mixte ne propose que 10 items sur un total de 209. De plus, la structure mixte est présentée aux élèves du troisième cycle du primaire et au premier cycle du secondaire seulement. Puis, du côté de la structure multiplicative, ce qui attire le plus notre attention est surtout le fait que des tâches de multiplication ou de division soient présentées dès le deuxième cycle du primaire et parfois même avec des nombres de grande valeur (C).

Cela nous amène donc à étudier de manière plus approfondie la valeur des données numériques mises en relation dans les items présentés à tous les niveaux scolaires. Toutes structures confondues, une majorité de nombres entre 0 et 100 sont utilisés (B :88). Plus précisément, nous observons que la plupart des items de la structure additive étant proposés au premier cycle du primaire représentent des nombres entre 0 et 10 (A :24). Tandis que la majorité des items de la structure multiplicative étant présentés au deuxième cycle du primaire évoquent des nombres entre 0 et 100 (B :22). Puis, il est aussi intéressant de noter que plus de la moitié des items utilisant des nombres entre 0 et 1 000 000 (D :28) se retrouvent dans la structure additive, considérant le niveau de complexité de ceux-ci.

L'approfondissement des nombres rationnels nous a aussi permis de faire plusieurs constats significatifs quant à l'évaluation de la technique et des calculs. En premier lieu, fait est de constater qu'aucun item ne demande à l'apprenant de calculer des pourcentages, se concentrant plutôt sur les nombres décimaux et les fractions. Il est cependant intéressant

d'observer une répartition semblable entre les items traitant des nombres décimaux et des items traitant les fractions (DÉC :23, FRA :20). En analysant plus profondément les nombres décimaux, nous constatons qu'une majorité de ceux-ci ont une valeur entre 0 et 100 (B). Des nombres décimaux plus grands que 100 (C) sont même proposés dans un calcul dès le deuxième cycle du primaire, ce qui représente un haut niveau de complexité à un niveau scolaire sensiblement bas. Pour ce qui est des fractions, il est surprenant de relever que 13 items sur 20 (FRA :13) utilisent des fractions dont soit le nombre à la position du numérateur ou du dénominateur est plus grand que 10, sans oublier les deux items où les nombres sont plus grands que 100. Autre fait étonnant, la multiplication de fraction est présentée aux apprenants dès le troisième cycle du primaire, ce qui demande un haut niveau de maîtrise des fractions la part de l'élève.

D'un autre angle de vue, il est intéressant de considérer la répartition des items selon les différents cycles scolaires. Force est de constater que les auteurs ont mis l'emphase sur le deuxième cycle du primaire (2CP), soit 94 items sur un total de 209. Près de la moitié des items est donc présentée uniquement aux élèves de troisième et quatrième année du primaire. Ces items étant distribués de façon égale entre la structure additive et la structure multiplicative. À l'inverse, le premier cycle du secondaire (1CS) en compte très peu, soit seulement 15 items, desquels seulement deux présentent des tâches de structure additive. Finalement, le premier cycle du primaire (1CP) ne contient que des calculs de structure additive, considérant l'ordre chronologique des apprentissages réalisés par les élèves de ce niveau.

Puis, l'analyse des différents types de tâches demandées fait ressortir d'autres éléments marquants. D'abord, dans le tableau de la page suivante, il est possible de constater que les auteurs utilisent plusieurs types de tâches différents. Nous notons une tendance à présenter entre quatre et six items de la même structure dans une même question du test, mais en changeant la valeur des données numériques. De plus, un grand nombre de tâches, soit près de 25% des items, représentent des opérations avec des termes manquants (exemple : ? - N = N), demandant à l'élève d'effectuer un choix opérationnel, ce qui augmente alors le niveau de complexité.

Un autre constat intéressant est le fait de considérer environ le même nombre d'une opération comparativement au nombre d'items de son opération inverse (addition et soustraction, multiplication et division). Et ce, autant dans la structure additive que dans la structure multiplicative, tous niveaux scolaires confondus. En approfondissant notre analyse, nous avons remarqué que peu d'items présentent plus d'une opération différente dans une même tâche, soit seulement 13 items sur un total de 209. Les auteurs n'ont pas misé sur cet élément pour augmenter le niveau de complexité. Ils ont aussi choisi de mélanger différentes natures des nombres dans une même tâche, soit des nombres naturels et des nombres rationnels additionnés, soustraits, multipliés ou divisés entre eux. Un faible nombre d'items utilise cette variable didactique, seulement 14. Finalement, le dernier constat éloquent quant aux types de tâches demandées est le niveau de complexité des

chaînes d'opérations, demandant à l'élève de respecter la priorité des opérations. Ces éléments de savoirs sont proposés dès le troisième cycle du primaire.

Tableau 11

*Type de tâches demandées - AEO*

Structure / Nature	Niveau scolaire par cycle (valeur/écriture)	Type de tâches demandées
Structure additive : 122	N :97	1CP : 48 (A :24, B :19, C :5)
		2CP :38 (B :14, C :6, D :18)
		3CP : 9 (C :1, D :8)
		1CS : 2 (D :2)
	Q :25	2CP : 9 (B :8, C :1/DÉC :9)
	3CP :4 (A :1, B :2, C :1/ DÉC :4)	
	3CP :12 (A :4, B :8/ FRA :12)	
Structure multiplicative :77	N :61	2CP :47 (A :10, B :22, C :15)
		3CP :11 (B :1, C :5, D :5)
		1CS :3 (C :1, D :2)
	Q :16	3CP :9 (B :5, C :3, D :1/ DÉC :9)
		3CP : 4 (A :2, B :2/ FRA :4)
	1CS :3 (B :1, C :2/ FRA :3)	
Structure mixte :10	N :8	3CP :3 (A :1, B :1, C :1)
		1CS :5 (A :1, B :4)
	Q :2	1CS :1 (B :1/ DÉC :1)
		1CS :1 (A :1/ FRA :1)
Total	N :166 Q :43	1CP :48, 2CP :94, 3CP :52, 1CS :15, A :44, B :88, C :41, D :36

La dernière catégorie de critères d'analyse nous en dit long sur les différentes variables didactiques utilisées par les auteurs afin d'évaluer la technique et le calcul des apprenants. Premier constat, les auteurs présentent beaucoup plus de calculs à l'horizontale (PH :151) que de calculs à la verticale (PV :58). Un calcul à l'horizontale laisse plus de liberté à l'élève quant au choix de technique de calcul et peut s'avérer plus

complexe. Il est aussi plus difficile pour l'évaluateur d'observer la maîtrise des algorithmes et des variables didactiques ayant un impact sur le niveau de complexité. Du côté des opérations sur des nombres rationnels (Q :43), uniquement six items sont présentés de façon verticale. Des multiplications de nombres décimaux à plusieurs chiffres sont présentées à l'apprenant horizontalement. Ici, nous relevons un niveau de complexité assez élevé, obligeant l'élève à aligner lui-même les nombres dans un algorithme, faisant appel à ses connaissances sur les valeurs de position. Puis, toujours en lien avec le type de présentation des calculs, toutes les opérations dans lesquelles l'élève doit trouver un terme manquant sont proposées horizontalement. Considérant que lorsqu'il est devant une opération présentée de façon horizontale, l'apprenant ne va pas toujours effectuer l'opération dans un algorithme traditionnel et que la consigne ne lui spécifie pas de le faire, nous avons considéré uniquement les calculs de type vertical pour analyser les caractéristiques des calculs ayant un impact sur le niveau de complexité, soit les différentes variables didactiques utilisées. D'abord, il est possible de noter que plusieurs items mettent en action de telles variables didactiques, soit 89 sur un total de 209. La caractéristique utilisée majoritairement est la retenue (RET :25) que l'on retrouve autant dans la structure additive que dans la structure multiplicative. Bien qu'un grand nombre d'items contiennent des variables didactiques influençant le niveau de complexité, très peu se retrouvent au premier cycle du primaire, soit uniquement une retenue et trois emprunts (RET :1, EMP :3). Du côté de la structure multiplicative, ce qui ressort le plus de l'analyse est encore une majorité de retenues comparativement à peu d'éléments neutres de la multiplication, soit le nombre un (UN :2) et très peu d'items présentent des

divisions ayant des résultats avec des « restes » (RES :2), donc n'ayant pas des résultats justes. Puis, la dernière observation quant aux opérations dans la structure multiplicative concerne les différents nombres représentant les multiplicateurs et les diviseurs. Force est de constater que la grande majorité des items demandent à l'élève d'effectuer une opération en utilisant un multiplicateur ou un diviseur à un seul chiffre. Le fait d'augmenter le niveau de complexité par le nombre de chiffres dans l'opérateur a été très peu employé par les auteurs (2+MD :1). Nous observons aussi très peu d'items employant des exposants comme facteur complexifiant (EXP :2), et ce, uniquement dans la structure mixte. Puis, il a été intéressant d'étudier les caractéristiques des nombres rationnels qui ont une incidence sur le niveau de complexité d'une opération arithmétique. Trois constats ressortent de cette analyse. D'abord, les auteurs présentent uniquement des opérations sur des fractions ayant des dénominateurs multiples. Aucune ne présente des fractions à dénominateur commun, l'élève doit donc dès le départ identifier des fractions équivalentes avant de pouvoir effectuer l'opération. Toujours dans l'analyse des opérations sur les fractions, nous observons très peu de fractions plus grandes qu'un entier ( $m/n > 1$  :1). Ensuite, l'étude des opérations sur les nombres décimaux nous révèle surtout une grande diversité dans le choix des nombres décimaux. Il est possible de voir à plusieurs reprises l'utilisation du zéro et différentes formations de nombres allant d'un seul chiffre après la virgule à deux, faisant aussi varier la valeur des nombres (A, B, C). Il est même possible de voir des nombres décimaux allant jusqu'aux centièmes dès le deuxième cycle du primaire dans la structure additive.



Tableau 12

*Caractéristiques des calculs - AEO*

Structure / Nature	Niveau scolaire par cycle (valeur/écriture)	Type de présentation des calculs	Caractéristiques ayant un impact sur leur niveau de complexité (valeurs des données numériques)	
Structure additive : 122	N :97	1CP : 48 (A :24, B :19, C :5)	PH :42 PV :6	
		2CP :38 (B :14, C :6, D :18)	PH :20 PV :18	
		3CP : 9 (C :1, D :8)	PH :5 PV :4	
		1CS : 2 (D :2)	PH :2	
	Q :25	2CP : 9 (B :8, C :1/DÉC :9)	PH :3 PV :6	RET :1 (B :1), EMP :1 (B :1), ZÉR :3 (B :3), W,X :1, W,XY :2, W,0Y :1, VW,X :5, VW,XY :4, UVW,X :1
		3CP :4 (A :1, B :2, C :1/ DÉC :4)	PH :4	W,X :2, W,XY :1, VW,XY :3, UVW,X :1, UVW,0Y :1
		3CP :12 (A :4, B :8/ FRA :12)	PH :6	m/n<1 :11, FDM :12, m/n>1 :1, N-F : 1
Structure multiplicative :77	N :61	2CP :47 (A :10, B :22, C :15)	PH :37 PV :10	
		3CP :11 (B :1, C :5, D :5)	PH :3 PV :8	RET :3(C :3), UN :1(D :1), CM :2(B :1, C :1), RES :2(D :2), ZÉR :1(C :1), 2+MD :1(C :1)
		1CS :3 (C :1, D :2)	PH :3	Non applicable
	Q :16	3CP :9 (B :5, C :3, D :1/ DÉC :9)	PH :9	0,X :1, W,X :2, W,0Y :1, VW,X :1, VW,XY :1, UVW,X :2, UVW,XY :1, STUVW,XY :1
		3CP :4 (A :2, B :2/ FRA :4)	PH :4	m/n<1 :4, FDM :4
Structure mixte :16	N :8	1CS :3 (B :1, C :2/ FRA :3)	PH :3	FDM :3
		3CP :3 (A :1, B :1, C :1)	PH :3	EXP :2, +2NBR :3
		1CS :5 (A :1, B :4)	PH :5	+2NBR :5
	Q :2	1CS :1 (B :1/ DÉC :1)	PH :1	W,X :4, +2BNR :1
		1CS :1 (A :1/ FRA :1)	PH :1	FDM :1
Total :209	N :166 Q :43	1CP :48, 2CP :94, 3CP :52, 1CS :15, A :44, B :88, C :41, D :36	PH :151 PV :58	RET :25, EMP :15, ZÉR :13, UN :2, RES :2, CM :2, 2+MD :1, +2NBR :9, EXP :2, FDM :20

**4.5.4 Description des résultats d'analyse du calcul KeyMath 3**

Finalement, nous ferons ici constat des faits marquants quant à l'analyse des items évaluant la technique et le calcul du deuxième outil sélectionné, le KeyMath 3 (Connolly, 2008). Tout comme ceux de l'outil précédent, nous avons analysé les items selon trois catégories de critères, soit l'analyse des données numériques, l'analyse des types de tâches demandées et le type de représentation des calculs ainsi que les caractéristiques ayant un

impact sur leur niveau de complexité. Rappelons que le présent outil présente tous les items sans les séparer par niveau scolaire.

D'abord, l'analyse des données numériques nous fournit plusieurs faits intéressants sur la nature de ceux-ci. Nous observons les premiers items utilisant des nombres entiers relatifs négatifs (Z-), précisons qu'aucun autre n'a été relevé jusqu'ici. Il est aussi possible d'observer une répartition semblable des nombres entiers relatifs négatifs dans les trois différentes structures. Puis, la priorité semble avoir été mise sur les nombres naturels (N :71) comparativement aux nombres rationnels (Q :28). De plus, la majorité des nombres naturels sont mis en jeu dans la structure additive (N :45). D'un autre côté, aucun nombre rationnel n'est observé dans la structure mixte. Du côté de l'analyse même des structures, nous remarquons qu'une fois de plus, la priorité semble être mise sur la structure additive avec un nombre de 62 items sur un total de 105, comparativement à un très petit nombre de seulement 54 items dans la structure mixte.

Tableau 13

*Faits numériques des items sur le calcul - KeyMath 3*

Type de structure	Nature des données	Valeur des données numériques / Écriture
Structure additive : 62	Z- :3, N :45	A :19, B :16, C :13
	Q :5	A :2, B :2, C :1/ DÉC :5
	Q :9	A :9/ FRA :9
Structure multiplicative : 39	Z- :2, N :23	A :8, B :8, C :7, D :2
	Q :7	A :4, B :3/ DÉC :7
	Q :7	A :5, B :2/ FRA :7
Structure mixte :4	Z- :1, N :3	A :1, B :2, D :1
Total : 105	Z- :6, N :71, Q :28	A :48, B :33, C :21, D :3

L'analyse de la valeur des données numériques nous révèle des faits différents quant aux nombres utilisés dans les calculs. D'abord, comparativement au premier outil étudié, la majorité des items représentent des nombres entre 0 et 10. Les auteurs semblent donc mettre l'accent sur les nombres de plus petites valeurs, incluant les nombres rationnels. À l'opposé, très peu d'items utilisent des nombres entre 0 et 1 000 000 (D :3), dont un dans la structure mixte. Pour ce qui est des nombres rationnels, la valeur de ceux-ci se situe surtout entre 0 et 100 pour la majorité. Approfondissant l'étude de ceux-ci, il est possible d'observer que plus d'items mettent en relation des fractions (FRA :16) que d'items mettant en relation des nombres décimaux (DÉC :13). Nous retrouvons des nombres rationnels, autant des fractions que des nombres décimaux dans la structure additive ainsi que dans la structure multiplicative.

La deuxième catégorie de critères d'analyse, les types de tâches demandées, nous force à émettre plusieurs autres constatations notables. D'abord, considérant les quatre opérations arithmétiques, il est possible d'observer qu'une majorité des opérations sont des additions (+ :33). Les autres opérations représentent tout de même un nombre d'items considérable, dont les soustractions (- :26), les multiplications (x :19) et les divisions ( $\div$  :20). Notons que les opérations de la structure multiplicative sont réparties de façon équivalente entre la multiplication et la division. Puis, sur un total de 105 items, nous en notons seulement 7 qui comportent plus d'une opération différente. Les auteurs ont aussi décidé de présenter des calculs aux apprenants mélangeant différentes natures de nombres. Cela oblige l'élève à faire des comparaisons et des transformations au besoin en plus d'appliquer des techniques de calcul, ce qui augmente le niveau de complexité.

Finalement, des tâches sous forme de chaînes d'opérations sont présentées dans 13 items en tout. Dans ces tâches, l'apprenant doit faire appel à diverses connaissances, comme la priorité des opérations en plus de celles reliées au calcul. Dans certaines chaînes d'opération, nous notons aussi l'insertion de nombres entiers relatifs négatifs. Une autre façon d'élever le niveau de complexité de la tâche. L'étude de la dernière catégorie de critères d'analyse des items évaluant la technique et le calcul nous apporte des constats quant aux variables didactiques utilisées pour évaluer les habiletés arithmétiques de l'élève. En premier lieu, il est possible de constater que ce deuxième outil d'évaluation (Connolly, 2008) présente des calculs avec supports écrits (CÉ :66) et des calculs mentaux (CM :39).

Tableau 14

*Types de tâches demandées – KeyMath 3*

Type de structure	Nature des données (Valeur des données)	Type de tâche demandée
Structure additive : 62	Z- :3, N :45 (A :19, B :16, C :13)	N+N :19, N-N :19, (Z-)+N+(Z-) :1, (Z-)-N :1, (N+N) + (N-N-N) :1, (N-N+N) - (N-N+N-N) :1, N+N+N :4, N+N-N :1, N+N+N+N :1
	Q :5 (A :2, B :2, C :1/DÉC :5)	Q+N :1, Q+Q+Q :1, N+Q+Q :1, Q-Q :2
	Q :9 (A :9/ FRA :9)	Q+Q :4, Q+N :1, Q-Q :3, N-Q :1
Structure multiplicative : 39	Z- :2, N :23 (A :8, B :8, C :7, D :2)	NxN :12, N÷N :11, (Z-)xN :1, (Z-)÷(Z-) :1
	Q :7 (A :4, B :3/ DÉC :7)	QxQ :2, Q÷Q :2, N÷Q :1, Q÷N :2
	Q :7 (A :5, B :2/ FRA :7)	QxN :1, QxQ :2, NxQ :1, Q÷Q :2, N÷Q :1
Structure mixte :4	Z- :1, N :3 (A :1, B :2, D :1)	(N-N) x (N+N) :1, $\frac{N-N}{N-N}$ :1, NxN+NxN+N :1, NxN=N et N-N :1
Total : 105	105 : Z- :6, N :71, Q :28 (A :48, B :33, C :21, D :3)	+ :33, - :26, x :19, ÷ :20, MIXTE :7

Lorsque l'élève effectue des calculs mentaux, il doit retenir plusieurs éléments en mémoire de travail en plus d'effectuer les calculs en utilisant différentes stratégies de calcul mental, comme d'arrondir à la valeur de position la plus près. Nous observons donc que l'accent est tout de même mis sur les calculs écrits, ceux que nous avons considérés pour la suite de l'analyse. Les auteurs proposent des calculs écrits de présentation verticale (PV :35) ainsi que de présentation horizontale (PH :31). Nous nous questionnons sur quelques choix des auteurs quant à la présentation sélectionnée pour certains calculs. Des calculs mettant en action des nombres à un chiffre présentés de façon verticale ou encore la présentation d'une addition de fraction de façon verticale. À l'opposé, des calculs des deux nombres contenant chacun plusieurs chiffres sont présentés horizontalement.

Puis, nous nous sommes penchées sur les caractéristiques des calculs présentées sous forme verticale et leur influence sur le niveau de complexité des items. En tout, nous relevons cinquante variables didactiques ayant été ajoutées aux tâches présentées à l'élève. Comparativement au premier outil d'évaluation analysé (AEO (Service d'orthopédagogie, 2016)) qui semblait mettre l'emphase sur les retenues (RET), ce présent outil d'évaluation (KeyMath 3 (Connolly 2008)) met plutôt l'accent sur l'utilisation du zéro comme élément neutre dans les opérations de structure additive ou comme élément absorbant dans les opérations de structure multiplicative (ZÉR :21). Le zéro est aussi utilisé dans les opérations mettant en relation des nombres décimaux pour augmenter le niveau de complexité en lien avec la valeur de position, dans 9 items différents. Pour ce qui est des retenues dans les algorithmes d'addition et de multiplication, nous en dénombrons peu (RET :7), ainsi que peu d'emprunt dans les algorithmes de soustraction (EMP :5) et très

peu d'exposants (EXP :2), ceux-ci se retrouvant dans des chaînes d'opérations de la structure mixte. Fait intéressant, les auteurs insèrent aussi des inconnus algébriques dans des chaînes d'opérations de la structure mixte. Nous interprétons ce choix comme l'ajout de variables didactiques supplémentaires haussant le niveau de complexité. D'un autre côté, dans la structure multiplicative, nous répertorions seulement 4 items présentant des multiplicateurs ou des diviseurs formés de plus d'un chiffre.

Tableau 15

*Caractéristiques des calculs - KeyMath 3*

Type de structure	Nature des données (valeur des données)	Type de calcul (type de présentation des calculs)	Caractéristiques des calculs ou des données ayant un impact sur leur niveau de complexité (valeurs des données numériques)
Structure additive : 62	Z- :3, N :45 (A :19, B :16, C :13)	CÉ :24 (PH :10, PV :14) CM :24	EXP :1, IN-AL :2, RET :4, EMP :4, ZÉR :7, *+2NBR :10
	Q :5 (A :2, B :2, C :1/ DÉC :5)	CÉ :4 (PH :1, PV :3) CM :1	0,XY :2, 0,XYZ :2, W,X :1, W,XYZ :1, VW,X :2, VW,XY :1, UVW,XY :1 RET :2, EMP :1, +2NBR :2
	Q :9 (A :9/ FRA :9)	CÉ :7 (PH :6, PV :1) CM :2	FDM :6, FDC :3, 1/n :2, m/n<1 :8, m/n>1 :1, N-F :1, IN-AL :1
Structure multiplicative : 39	Z- :2, N :23 (A :8, B :8, C :7, D :2)	CÉ :19 (PH :6, PV :13) CM :6	RET :1, 2+MD :4, ZÉR :5, UN :1, EXP :1
	Q :7 (A :4, B :3/ DÉC :7)	CÉ :5 (PH :1, PV :4) CM :2	0,X :3, 0,XY :1, W,X :1, W,XY :1, VW,X :1, VW,XY :1 2+MD :1, RES :1, ZÉR :5
	Q :7 (A :5, B :2/ FRA :7)	CÉ :5 (PH :5) CM :2	IN-AL :1, FDM :7, 1/n :4, m/n<1 :4, m/n>1 :3, N-F :1
Structure mixte :4	Z- :1, N :3 (A :1, B :2, D :1)	CÉ :2 (PH :2) CM :2	+2NBR :3, IN-AL :1
	Total : 105 105 Z- :6, N :71, Q :28 (A :48, B :33, C :21, D :3)	CÉ :66 (PH :31, PV :35) CM :39	EXP :2, IN-AL :4, RET :7, EMP :5, ZÉR :21, +2NBRS :15, 2+MD :4, UN :1, RES :1

Puis, du côté des opérations sur des fractions, soit des nombres rationnels, plusieurs variables didactiques différentes semblent avoir été choisies. Il est possible d'observer une majorité de fractions plus petites que le nombre un ( $m/n < 1$ ), mais aussi quelques fractions plus grandes que le nombre un ( $m/n > 1$ ). De plus, un item présente une opération sur un nombre fractionnaire, ce amène l'élève à faire appel à d'autres connaissances sur la nature du nombre rationnel et ce qui, par le fait même, augmente le niveau de complexité de la tâche. Ici, il est aussi possible d'observer une majorité de fractions ayant des dénominateurs multiples (FDM), mais aussi des fractions ayant des dénominateurs communs (FDC :3). Bien qu'il y en ait peu, cela laisse la possibilité à l'évaluateur de vérifier la technique de calcul sur les fractions avec des dénominateurs communs pour s'assurer que ce n'est pas l'étape de recherche de la fraction équivalente qui pose problème.

#### **4.6 Description des résultats d'analyse sur les pistes d'intervention proposées**

Les deux outils sélectionnés ne suggèrent aucune piste d'intervention ni d'activités d'intervention. L'outil d'évaluation KeyMath3 propose, en complément possible, un CD avec lequel une analyse des résultats obtenus plus détaillée est présentée. Cependant, ce complément vient en surplus de la trousse et ne fait pas partie du matériel analysé. Il n'a donc pas été possible d'analyser celui-ci. Toutefois, nous trouvons essentiel de le nommer dans l'analyse globale et d'en tenir compte dans l'interprétation des résultats ainsi que dans notre discussion.

## **Chapitre 5 Discussion**



Dans ce dernier chapitre, nous proposons une discussion sur les principales caractéristiques dégagées de nos deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques. Cette discussion présente un bilan des faits saillants observés et vise à mieux comprendre les résultats.

Force est de constater que les outils examinés contiennent peu de caractéristiques évaluant la compréhension détaillée d'un concept mathématique et laissent peu de pistes d'intervention pour l'évaluateur. Cependant, nos résultats soulèvent des questions pertinentes sur l'évaluation orthopédagogique et ses points d'assise. C'est en effet sur la qualité de l'évaluation que l'orthopédagogue peut mener et la qualité des informations recueillies ainsi que sur les interventions proposées ou possibles que portera cette discussion. Les outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques aident-ils l'orthopédagogue d'aujourd'hui, dans une tâche plus didactique que médicale, à mieux penser ses interventions, à déduire des pistes efficaces d'intervention? C'est d'abord avec quelques rappels de notre contexte scientifique que nous exposerons la nature de l'évaluation orthopédagogique telle que nous la définissons. À la lumière de ces rappels, nous présenterons les questionnements soulevés à partir des résultats obtenus.

En prenant en considération le rôle bien différent de l'orthopédagogue d'aujourd'hui comparativement à celui d'il y a quelques années, vers le début des années 2000, l'objectif d'évaluation est lui aussi bien différent. Selon Loyer (2019), le rôle de

l'orthopédagogue n'est plus d'évaluer pour identifier un possible diagnostic, mais plutôt d'être en soutien à l'enseignement-apprentissage, donc de dépister des difficultés, d'évaluer au besoin et d'intervenir auprès des élèves présentant des difficultés provisoires ou persistantes afin de leur permettre d'atteindre leur plein potentiel académique. Ce serait donc un rôle d'évaluation pour intervenir, se rapprochant du courant didactique plutôt que du courant dit « médical ». Il est donc primordial de retenir la cible didactique dans notre analyse.

Lors de l'analyse, nous avons aussi rencontré quelques obstacles. En analysant les outils dans des situations décontextualisées, nous en sommes venues à nous poser plusieurs questions. Avons-nous la même représentation de l'évaluation orthopédagogique? Avons-nous la même vision de l'élève en difficulté en mathématiques? À partir de quel moment l'orthopédagogue doit-il passer ce test? Quels sont les objectifs d'utilisation de ces outils? Les orthopédagogues qui utilisent ces outils ont-ils les mêmes objectifs d'évaluation que les auteurs? Afin de répondre le plus fidèlement à ces derniers questionnements, la discussion des résultats s'appuiera sur cinq éléments, soit l'analyse globale des outils, le découpage du savoir, la prise en compte des variables didactiques, le niveau d'acquisition attendu comparativement au niveau des tâches présentées ainsi que les portraits finaux et les interventions proposées par les outils.

### **5.1 L'analyse globale des outils**

Les résultats de l'analyse globale des deux outils sélectionnés nous renseignent sur la place donnée à l'évaluation de la compréhension ainsi que sur les pistes d'interventions absentes. Lors de cette même analyse, nous nous sommes aussi questionnées en premier lieu à propos des impacts des consignes de passation établies par les auteurs sur la qualité des informations recueillies. En second lieu, nous nous sommes questionnées sur l'impact du nombre d'items présentés à l'élève sur l'efficacité de l'évaluation orthopédagogique.

La question de recherche s'intéressant aux caractéristiques permettant d'évaluer la construction de la compréhension d'un concept mathématique et aux pistes d'intervention suggérées dans un objectif correctif pour l'enseignement-apprentissage, l'analyse globale des outils nous fournit les premiers résultats. D'abord, les consignes de passation prescrites par les auteurs ne semblent pas permettre l'évaluation de la compréhension de l'élève. Les auteurs préconisent une administration de plusieurs exercices, dont la majorité, rappelons-le, évalue les techniques de calcul et non le sens, sans questionnement de l'élève sur sa compréhension du problème ou encore sa démarche. Il est donc difficile pour l'intervenant d'établir un portrait de la compréhension de l'élève. Puis, les outils présentent un nombre élevé d'items à l'élève, mais ne contiennent pas d'activités d'intervention à la suite de l'évaluation.

Comme décrit précédemment, les auteurs des deux différents outils choisis prescrivent des consignes de passation pour l'orthopédagogue ou l'intervenant devant administrer les tests. Effectivement, les consignes diffèrent d'un test à l'autre. Cependant,

les deux présentent une insuffisance lorsqu'il est question de dialogue avec l'élève. Les étapes de passation et d'analyse des résultats (pour le KeyMath 3 (Connolly, 2008) seulement) sont présentées de façon claire et précise. Cependant, aucun n'aborde le questionnement de l'élève et la verbalisation de celui-ci pour approfondir l'exercice.

Rappelons que l'évaluation orthopédagogique se veut :

...un processus dynamique d'évaluation continue qui consiste à préciser, chez l'apprenant, les difficultés qui font obstacle aux apprentissages et les capacités qui favorisent la réussite de qualité. L'évaluation s'intéresse aux connaissances, aux stratégies, aux processus cognitifs et à la nature et à l'origine des objets d'apprentissage, notamment en lecture, en écriture et en mathématiques. (Association des orthopédagogues du Québec, 2018, p.17)

Afin d'avoir accès aux connaissances de l'élève, aux stratégies cognitives et métacognitives qu'il mobilise, aux processus et aux démarches cognitifs qu'il met en action, l'orthopédagogue se doit de questionner l'élève, de lui faire décrire ses démarches, pour rendre explicite ce qui est implicite. Pour ce faire, il semble donc primordial de créer un dialogue avec le principal intéressé. Giroux et Sainte-Marie (2015) proposent la relance pédagogique comme moyen pour préciser l'analyse des conduites mathématiques de l'élève et démontrent la richesse des informations recueillies par la suite. Cela permet à l'orthopédagogue de comprendre le raisonnement de l'élève, d'éliminer les difficultés liées à une situation en particulier plutôt qu'à un concept mathématique et d'identifier la nature des difficultés de l'élève. Cela constitue un processus dynamique dans lequel des échanges entre l'évaluateur et l'évalué, par des relances didactiques et des questionnements, produisent un portrait juste des conduites de l'élève en mathématiques.

À partir de ce portrait, l'orthopédagogue peut planifier ses interventions selon les besoins et particularités de l'élève. Les outils sélectionnés semblent plutôt produire un portrait statique de l'élève, sans questionnement.

Ensuite, nous nous sommes aussi questionnées sur l'impact que pouvaient avoir les consignes d'interprétation des résultats par l'administrateur de l'épreuve sur la qualité des interventions qui en découleraient. D'une part, le KeyMath 3 (Connolly, 2008) prescrit une interprétation des résultats avec des tableaux selon les scores bruts recueillis d'une étude sur plusieurs élèves ayant été réalisée. Comme cet outil est standardisé, il est donc possible d'interpréter les résultats à partir de percentiles ou de quartiles et de comparer les scores de l'élève évalué à d'autres élèves de son niveau scolaire ou de son âge. Pour ce qui est de l'analyse de ces résultats, aucune indication n'est offerte. Que doit faire l'intervenant lorsqu'un élève présente un résultat se situant au 3<sup>e</sup> percentile dans les calculs écrits? Que fait-on lorsqu'il est au 48<sup>e</sup> percentile, mais qu'il est tout de même en difficulté? De tels résultats permettent donc l'établissement de peu de pistes d'intervention pour l'élève.

D'une autre part, L'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) ne donne aucune indication sur l'interprétation et l'analyse des résultats, indiquant que le résultat n'est pas relié à une note, mais plutôt au jugement de l'orthopédagogue. Ici, l'intervenant ne peut se baser sur des percentiles ou des quartiles comme l'outil n'est pas standardisé. Or, dans les deux cas, l'analyse des résultats repose sur le jugement de l'évaluateur, sans aucun cadre défini. Prenant en considération les constats majeurs de Giroux et Sainte-Marie

(2015) quant à la formation des orthopédagogues en mathématiques, nous nous questionnons sur la portée du jugement professionnel. Le contexte social relève une méconnaissance des multiples concepts interreliés de certains intervenants, même une possible appréhension de quelques intervenants et d'élèves pouvant être expliquée par une formation très importante au niveau de la lecture et de l'écriture depuis ces dernières années (Giroux et Sainte-Marie, 2015). Le peu de formation en orthopédagogie des mathématiques laisse-t-il une faible portée au jugement professionnel dans l'analyse de tels résultats? Nous croyons qu'il pourrait possiblement avoir certains impacts sur la qualité de l'analyse et sur les interventions qui en découleront. Est-ce que les consignes de passation et d'interprétation des auteurs aident les orthopédagogues à penser leur intervention? Force est de constater que l'évaluateur semble être laissé à lui-même dans cette analyse.

Enfin, les auteurs fournissent d'autres informations à l'intérieur des consignes de passation, guidant l'évaluateur. Il est possible de constater que les objectifs d'évaluation des outils sont explicités et que l'on peut même y retrouver certaines mises en garde. Par exemple, il est intéressant d'observer que les auteurs de l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) précisent l'objectif de cet outil, ne pouvant servir de jugement sur la compétence mathématique, comme celui-ci est construit avec des tâches de raisonnement, sans amener l'élève à résoudre des situations problèmes. L'AEO se veut donc un outil permettant de colliger des informations complémentaires à celles recueillies par les enseignants sur la qualité des ressources que l'élève déploie dans des tâches mathématiques. Nous pouvons donc en conclure que l'objectif de l'évaluation est indépendamment relié aux

interventions. Pour ce qui est de l'objectif identifié du deuxième outil, le KeyMath3, il s'agit d'établir un portrait de l'élève dans plusieurs sphères mathématiques afin de le prendre en compte dans l'enseignement. Les deux outils présentent donc des objectifs en soutien à l'enseignement-apprentissage. En considérant les réponses des 27 participants à la recherche réalisant des évaluations orthopédagogiques en mathématiques, il est possible d'observer une certaine cohérence. Selon l'analyse des résultats, 26 répondants auraient comme objectif d'identifier des pistes d'intervention, comparativement à 7 répondants qui évaluent surtout pour émettre une hypothèse de diagnostic. Bien que les objectifs soient cohérents avec les pratiques des professionnels interrogés, les résultats obtenus servent-ils leurs cibles? Les résultats fournis par les deux outils laissent entrevoir des pistes d'intervention difficilement interprétables par l'orthopédagogue.

Lors de l'analyse globale des deux outils d'évaluation sélectionnés, un second constat a été soulevé : les deux outils soumettent un très grand nombre d'items à l'élève évalué. Le nombre d'items à compléter par l'apprenant a-t-il un impact sur la qualité des informations recueillies à la fin de la passation? Le KeyMath 3 (Connolly, 2008) présente au total 152 items et l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) en présente 258. Il est important de mentionner que les élèves ne devront pas résoudre tous les items. Cependant, ils seront confrontés à un très grand nombre. Par exemple, un élève du deuxième cycle du primaire devra répondre à 54 items lorsqu'il est évalué avec l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016). Dans le KeyMath 3 (Connolly, 2008), le nombre d'items auxquels l'élève doit répondre est établi en fonction de sa performance. Il est donc possible qu'il doive répondre aux 152 items. Rappelons ici que nous avons fait le décompte

uniquement des items se rapportant à l'arithmétique. Afin de produire un portrait complet des conduites mathématiques de l'élève, l'orthopédagogue pourra lui proposer un éventail d'autres items sur la géométrie, la mesure, etc. L'évaluation peut donc devenir une charge considérable. D'un point de vue différent, comme les mathématiques sont une multitude de concepts interreliés et complexes, il est évident qu'un certain nombre d'items est nécessaire pour vérifier plusieurs éléments. Il pourrait donc y avoir un impact négatif sur la qualité des informations recueillies s'il y avait un trop petit nombre d'items. Mais qu'en est-il d'un très grand nombre d'items? Il est intéressant de considérer l'évalué dans ce questionnement. Selon Blouin et Lemoyne (2002), un élève en difficulté d'apprentissage en mathématique est souvent un élève passif qui accumule un nombre de règles sans aucun lien. Conséquemment, l'élève en difficulté d'apprentissage en mathématiques peut aussi souvent sembler surchargé cognitivement devant faire appel à plusieurs règles qui ont pour lui peu de lien entre-elles. Un nombre aussi important d'items pourrait-il amener chez l'élève une certaine fatigue cognitive? Après un nombre important de tâches, l'élève en difficulté peut-il autant performer et démontrer ses réelles capacités? Et qu'en est-il de sa compréhension dans des moments de surcharge? Cela fournit-il à l'orthopédagogue un portrait juste? Encore ici, les résultats recueillis ne semblent pas être en faveur de l'évaluation de la compréhension de l'élève, ce qui peut influencer la justesse du portrait établi.



## 5.2 Le découpage du savoir

Afin de répondre aux nombreuses interrogations survenues lors de l'analyse des résultats, nous nous sommes penchées sur le découpage du savoir que présentent les différents auteurs. Y a-t-il un impact quant au respect du rythme de construction des savoirs arithmétiques? D'un premier regard, il est possible de noter une tendance à mettre l'emphase sur la structure additive plutôt que sur la structure multiplicative ou la structure mixte, sur les nombres naturels plutôt que sur les rationnels, et ce, de la part des deux outils. D'un second regard, nous observons ensuite une majeure quant aux items évaluant le calcul plutôt que le sens des opérations. Voyons ce que disent les résultats.

Dans les deux outils, il est possible d'observer une tendance pour les items mettant en action des opérations de structure additive. Nous retrouvons donc 88 items à l'intérieur du KeyMath 3 (Connolly, 2008) et 140 items pour l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) dans lesquels l'élève doit effectuer une addition ou une soustraction. La structure multiplicative présente un nombre beaucoup moins élevé d'items, soit 52 pour KeyMath 3 (Connolly, 2008) et 88 pour l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016). La structure mixte, quant à elle, ne compte que 42 items au total, deux outils confondus. Il est aussi possible d'observer une emphase sur l'utilisation de nombres naturels, soit au total 313 items, plutôt que des nombres rationnels, pour un maigre total de 91 items. Quel est l'impact d'un tel choix? Le développement d'un concept mathématique chez l'apprenant respecte, lui aussi, un certain rythme, plus systémique. Comme mentionné dans le cadre de référence, l'enfant débute ses apprentissages par des intuitions. Selon Vergnaud (1983, 2013), c'est à partir de ses intuitions que l'élève pourra se construire des règles dites vraies

sur le réel, soit des procédures, puis de rendre ces règles universelles, par des adaptations ou de complètes modifications, pour en créer des schèmes. Considérant aussi le développement ontogénique de l'enfant, il est tout à fait cohérent de prioriser les opérations de structures additives, construites en premier par l'enfant. Il en est de même pour la nature des nombres. Par ses intuitions, l'enfant aura accès d'abord aux nombres naturels. Plus tard, il pourra concevoir les nombres rationnels. Il est donc intéressant de voir l'importance que prennent les opérations de structure additive et incluant des nombres naturels. Il semble conséquemment que le découpage des différentes structures et des différentes natures de nombres permette de suivre le rythme de développement des connaissances mathématiques chez l'élève. Ceci pourrait favoriser l'évaluation de la compréhension de l'élève, facilitant la tâche de l'orthopédagogue d'identifier à partir de quel élément de savoir il y a bris de compréhension.

Un second regard sur le découpage du savoir nous amène à nous questionner à propos de l'impact d'une emphase sur les items évaluant les techniques et le calcul plutôt que sur les items évaluant le sens des opérations. Rappelons qu'un total de 314 items portent sur le calcul, soit 105 pour le KeyMath 3 (Connolly, 2008) et 209 pour l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016). Ces items représentent une part importante de tous les items évaluant l'arithmétique, un peu plus de 75%. En se penchant sur la définition même d'un concept, ce partage entre le calcul et le sens des opérations semble disproportionné. Vergnaud (2013) explique qu'un concept est formé de trois ensembles distincts, un ensemble de situations, un ensemble de propriétés qui ne varient pas et un ensemble d'éléments du langage et de symboles. Toujours selon l'auteur, c'est le développement de

ces trois ensembles, autrement dit le développement des connaissances dans différents contextes dans lesquels l'élève peut envisager plusieurs solutions alternatives en utilisant un langage précis que la construction du concept peut se réaliser. Lorsqu'il est uniquement question de technique de calcul, un ensemble est complètement absent. L'élève ne peut appliquer ses connaissances dans différentes situations ni tenter diverses solutions. Les techniques de calcul renverraient alors l'orthopédagogue seulement sur les connaissances des propriétés et de certains éléments du langage. Ce qui ne correspond pas à la compréhension du concept mathématique de l'élève. Donc, il est primordial de se questionner. Quel impact aura un tel choix sur la qualité des informations recueillies? Il semble qu'en mettant l'emphase sur les calculs, les outils sélectionnés évaluent qu'une partie du développement d'un concept et donc peu la compréhension de l'élève.

### **5.3 La prise en compte des variables didactiques**

En s'intéressant au découpage des savoirs, il a aussi été question de variables didactiques. À la suite d'une analyse détaillée des différentes variables didactiques utilisées par les auteurs des deux outils d'évaluation orthopédagogique sélectionnés, nous avons obtenu des réponses quant aux différentes caractéristiques des outils, mais d'autres interrogations sont aussi apparues. Comme les choix des intervenants dans les tâches ou activités présentées aux apprenants peuvent considérablement modifier leurs comportements (Brousseau, 1989, cité dans Kotalawala et Melancia, 2016), quel est l'impact des choix des auteurs des deux outils sur les conduites des élèves?

Lors de l'interprétation des résultats d'analyse des variables didactiques, nous avons remarqué un nombre important, mais aussi une grande variété de variables (Appendice C). Comme tous les paramètres choisis par l'intervenant peuvent modifier le niveau de complexité d'une tâche ou d'un problème (Gautheron, 2015), il est primordial d'en tenir compte lors de la construction d'un outil d'évaluation, mais aussi lors de l'analyse des résultats à la suite d'une passation. C'est en modifiant la valeur des nombres, les situations présentées, la nature des nombres, le type de mise en relation, etc. que l'élève peut se construire différentes règles de conduites, ce que Vergnaud (2015) appelle le théorème en acte. Toujours selon l'auteur, c'est aussi en variant les situations, donc les variables didactiques, que l'élève peut, petit à petit, rendre cette règle universelle et donc créer un schème. Il est alors possible de considérer que l'impact des différents choix des auteurs quant aux variables didactiques est d'une grande importance sur la qualité des informations fournies à la suite de l'administration des tests. La construction de problèmes devant être présentés à des apprenants, ayant un objectif précis d'évaluation, demande une minutie au niveau des variables didactiques. En observant des items présentant un nombre très élevé d'élément influençant le niveau de complexité et d'autres n'en présentant aucun, nous nous sommes encore une fois questionnées. Cet impact si important a-t-il été réfléchi par les auteurs? Ceux-ci laissent voir certains choix de variables didactiques, mais la progression de la complexité des tâches en lien avec les variables didactiques intégrées semble interférer dans l'évaluation de la compréhension en présentant peu de gradation.

#### **5.4 Le niveau d'acquisition et le niveau des tâches proposées**

Puis, à la lecture des différents problèmes proposés dans les deux différents outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques, nous nous sommes intéressées au niveau de complexité des tâches proposées comparativement au niveau d'acquisition de l'élève. Ces caractéristiques permettent-elles à l'évaluateur de porter un jugement sur la compréhension de l'élève? Tentant de mesurer l'impact des différents éléments sur les résultats obtenus, nous nous questionnons évidemment sur l'impact que peuvent avoir des tâches de niveau plus élevé que le niveau d'acquisition des connaissances arithmétiques de l'élève sur les résultats d'évaluation. Considérant la clientèle du service d'orthopédagogie comme des élèves en difficulté, nous nous questionnons. L'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) présente différents tests découpés par niveau scolaire, ayant comme fondement les Échelles de niveau de compétence mathématique (ministère de l'Éducation, 2002). Malgré le fait que les fondements de l'outil datent de plusieurs années, celui-ci part d'un principe intéressant. Les Échelles de niveau de compétence mathématiques (ministère de l'Éducation, 2002) consistent en des descriptions d'habiletés mathématiques que le jeune doit avoir maîtrisées, en neuf étapes, c'est-à-dire neuf échelons. Les étapes sont ensuite réparties sur les niveaux scolaires. Par exemple, pour le test de la cinquième année du primaire, l'élève ayant un parcours régulier doit atteindre les échelons 7 et 8. Toutefois, rappelons que lorsqu'un élève est évalué en orthopédagogie, celui-ci est déjà identifié comme « élève en difficulté ». Comme mentionné dans le cadre conceptuel, un élève en difficulté a tendance à démontrer un engagement passif devant une tâche et à être surchargé cognitivement (Dionne et Deblois 1995, Blouin 2002, Hord

et Newton 2014). Lui présenter des tâches de son niveau scolaire, sachant qu'il sera déjà en échec, aura-t-il un impact sur sa performance? L'engagement de l'élève dans la tâche, déjà passif, a peu de chance d'augmenter devant des tâches difficiles, voire insurmontables à son œil. Cela a vraisemblablement un impact sur l'évaluation de la compréhension de l'élève. Nous revenons donc à questionner l'objectif d'évaluation. Quel est-il? Est-ce qu'identifier les concepts erronés sans vérifier les habiletés mathématiques sur lesquelles appuyer nos interventions, celles bien maîtrisées par l'élève, peut soutenir un enseignement-apprentissage? À la lumière des rappels du contexte, il semble difficilement possible d'appuyer un enseignement-apprentissage sur une évaluation identifiant uniquement les erreurs de l'élève, sans en comprendre la nature.

### **5.5 Les portraits finaux et les interventions proposées**

Les quatre précédents éléments discutés à partir de l'interprétation des résultats obtenus semblent tous avoir un réel impact sur les informations recueillies et conséquemment sur les portraits finaux que fournissent les deux outils d'évaluation sélectionnés. L'analyse globale des outils, le découpage du savoir, la prise en compte des variables didactiques ainsi que le niveau de complexité des tâches et le niveau d'acquisition des élèves influencent en plusieurs points les portraits finaux que l'orthopédagogue peut produire à la suite d'une évaluation. Mais qu'en est-il des portraits? Quels impacts ont-ils sur les interventions visant à soutenir l'enseignement-apprentissage dans un courant didactique? Qu'en est-il des interventions proposées à la suite de ces

évaluations? Ceux-ci semblent fournir des informations difficilement utilisables dans un enseignement-apprentissage et des pistes d'intervention absentes.

Nous nous sommes donc penchées sur les portraits fournis par les deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques choisis. D'un côté, l'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) ne propose pas de canevas de portrait de l'élève, mais, comme mentionné précédemment, laisse à l'orthopédagogue le soin d'en produire un à partir de son jugement professionnel. Il est alors possible de dire qu'un portrait produit par un orthopédagogue peut être bien différent de celui produit par un autre, ayant utilisé le même outil, dépendant des connaissances des intervenants, des observations faites, etc. À l'opposé, le KeyMath 3 (Connolly, 2008) présente un portrait comparatif de l'élève avec des élèves de son âge ou de son niveau scolaire. Il est donc possible d'identifier où se situe l'élève en comparaison avec ses pairs. En nous appuyant sur le développement des compétences mathématiques et d'un concept, nous nous questionnons sur l'utilité de ce type d'informations quant aux interventions à mettre en place pour soutenir l'enseignement-apprentissage. Comme l'élève construit des connaissances à partir de ses intuitions pour ensuite établir des théorèmes en acte, pour qu'ensuite ces règles soient adaptées ou modifiées pour devenir des schèmes universels (Vergnaud, 1983, 2013), il semble fondamental d'établir un portrait des conduites de l'élève, des règles erronées qui seront à adapter ou à modifier. Dans son rôle de soutien à l'enseignement apprentissage (Loyer, 2019), l'orthopédagogue pourra intervenir et guider le jeune dans l'adaptation ou la modification de ses théorèmes en acte, de ses règles parfois mal construites, ne s'appliquant qu'à certaines situations en particulier. Partant aussi du principe qu'un élève

en difficulté en mathématiques a tendance à accumuler un nombre important de règles sans pour autant les relier entre elles et sans y interpréter aucun lien (Blouin et Lemoyne, 2002), serait-il efficient de connaître ces règles que l'élève a construites? Selon Vergnaud (1983, 2013), la connaissance de ces règles constitue les fondements de l'intervention.

Finalement, il n'a pas été possible d'analyser les interventions proposées par les auteurs des deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques sélectionnés parce qu'aucun n'en fournit. Bien que les résultats présentés identifient 8 outils utilisés pour des évaluations orthopédagogiques en mathématiques sur un total de 17, les deux outils sélectionnés n'en proposent pas. Rappelons que les deux outils, L'AEO (Service d'orthopédagogie, 2016) et le KeyMath 3 (Connolly, 2008) ont été choisis en fonction de leur haut taux d'utilisation par les répondants du premier objectif de cette recherche. Il n'est donc pas possible pour nous de se prononcer sur les pistes d'intervention.

En sommes, les résultats de notre recherche et de nos interprétations nous démontrent qu'il semble plutôt difficile pour un orthopédagogue d'évaluer la compréhension mathématique d'un élève en difficulté dans l'objectif d'appuyer ses interventions. L'interprétation laisse voir que les nombreuses caractéristiques détaillées des outils sélectionnés amènent différents obstacles à l'interprétation des résultats obtenus à la suite de l'administration des épreuves. Puis, nous observons aussi que les deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques sélectionnés ainsi qu'un bon nombre ayant été identifiés par les répondants au questionnaire de recension ne présentent aucune intervention ou piste d'intervention.





## **Conclusion**

Pour conclure, il est important de ramener le contexte de cette recherche. Le monde de l'orthopédagogie au Québec est un univers, rappelons-le, qui manque souvent de moyens et de temps. De plus, le domaine des mathématiques en orthopédagogie semble bien méconnu de la part de plusieurs intervenants, comme l'ont mentionné plusieurs auteurs, dont Giroux et Sainte-Marie (2015). Peu d'outils sont disponibles ou connus pour évaluer les difficultés d'apprentissage en mathématiques. Pour ce qui est de l'arithmétique, champ mathématique principal pour les premières années de scolarisation, soit les trois cycles du primaire et le premier cycle du secondaire, bien peu d'outils ou de moyens permettent à l'orthopédagogue de les évaluer. Rappelons aussi que nous envisageons l'évaluation comme support à l'enseignement-apprentissage, comme un moyen d'identifier les règles de conduite erronées que l'élève s'est construites. Cette recherche nous a permis d'abord de produire un portrait de l'évaluation et des outils utilisés dans la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec auprès des intervenants. Puis, nous avons pu nous pencher sur l'analyse didactique détaillée des deux outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques les plus fréquemment utilisés. Nous avons pu en faire ressortir les différentes caractéristiques quant aux items présentés. Nous avons eu la possibilité de porter un regard critique en fonction de différents auteurs sur les caractéristiques, mais aussi sur les résultats et les portraits d'élèves que nous fournissent ces épreuves. Nous avons pu prendre conscience de la portée du jugement professionnel

de l'évaluateur dans l'interprétation des résultats et la planification d'intervention, comme très peu de pistes sont proposées. Nous avons de plus constaté l'importance de connaître en profondeur les outils utilisés et leurs différentes caractéristiques afin de faire preuve d'autonomie dans l'interprétation des portraits, par souci de temps et de moyen. Finalement, il a été possible de porter un jugement quant à la fiabilité et à la validité de ceux-ci, considérant les obstacles à l'évaluation de la compréhension d'un concept d'un élève en difficulté. Cela démontre donc la pertinence de cette recherche, telle que nous la prévoyions. Cependant, cette recherche nous a aussi permis de soulever de nombreuses questions à propos des facteurs influençant l'évaluation orthopédagogique ainsi qu'à propos de l'évaluation elle-même. Nous nous sommes questionnés sur les différentes représentations de l'évaluation orthopédagogique que peuvent avoir les intervenants, sur les différentes visions de l'élève en difficulté en mathématiques, sur les objectifs d'évaluation, etc. Puis, nous nous sommes aussi interrogés sur l'impact des différents facteurs à travers cinq éléments d'analyse, soit l'analyse globale des outils, le découpage du savoir, la prise en compte des variables didactiques, le niveau d'acquisition attendu ainsi que les portraits et interventions suggérées. Considérant que tous ces facteurs ont une influence non négligeable sur les résultats produits par l'élève et conséquemment sur l'interprétation qu'en fait l'orthopédagogue et finalement sur les interventions, nous considérons qu'il est essentiel de les comprendre.

D'un autre côté, il est nécessaire de mentionner que cette recherche contient aussi certaines limites. Tout d'abord, dans un objectif de transparence, il est important de nommer que le nombre estimé d'intervenants en orthopédagogie dans la région de la Mauricie et du Centre-du-Québec est beaucoup plus élevé que le nombre de répondants aux questionnaires. Ayant été dans l'incapacité d'avoir un taux complet de participation, les résultats des questionnaires ont donc été influencés par cette limite. Conséquemment, il faut aussi considérer cette influence quant au choix des outils sélectionnés, comme ils l'ont été en raison de leur niveau d'utilisation. De plus, comme cette recherche se veut théorique, il n'a donc pas été possible d'étudier les comportements des élèves en difficulté pendant la passation des différentes épreuves. Bien que cette recherche s'appuie sur des auteurs reconnus dans le domaine de l'orthopédagogie et des mathématiques, il aurait été possible d'obtenir des résultats différents, d'autres facteurs influençant, etc. par l'observation d'élèves en action. En définitive, il est indispensable de rappeler que bien qu'un profil d'élève en difficulté ait été établi par de nombreux auteurs, chacun est unique et peut présenter un comportement et des conduites mathématiques qui diffèrent de ceux exposés ici. Il en est de même pour les intervenants en orthopédagogie, ayant tous un bagage professionnel et un jugement professionnel distinct. Les résultats de cette recherche, bien que nous aillions vérifier la validité et la fiabilité d'outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques sur l'évaluation de la compréhension de concepts, ne se veut pas une critique, mais plutôt un apport dans la construction du savoir et du jugement professionnel des orthopédagogues.

En sommes, cette recherche expose des éléments essentiels et des facteurs à prendre en compte dans la construction d'outils d'évaluation orthopédagogique voulant identifier les difficultés d'un élève ainsi que ses règles de conduite mathématiques erronées en arithmétique. Elle démontre aussi le peu d'outils d'évaluation disponibles, la complexité du choix des items présentés et les nombreux agents à prendre en considération dans la construction d'une telle épreuve sur mesure. Nous finalisons cette recherche avec de nombreuses informations intéressantes, ce qui pourrait être utile dans la construction d'un éventuel outil, respectant l'évaluation orthopédagogique dynamique telle que présentée ici, ainsi que les contraintes exposées.

## **Références**

Association des Orthopédagogues du Québec. (2018). *Le référentiel des compétences professionnelles liées à l'exercice de l'orthopédagogue au Québec*. [https://www.ladoq.ca/sites/default/files/ladoq\\_referentiel-des-competences-orthopedagogues\\_v2\\_web\\_low.pdf](https://www.ladoq.ca/sites/default/files/ladoq_referentiel-des-competences-orthopedagogues_v2_web_low.pdf)

Bednarz, N. et Janvier, B. (1984). *La numération : Les difficultés suscitées par son apprentissage*. Grand N. 33. 7-31.

Bisaillon, N. & Lyons, M. (2011). *Les incontournables du nombre*. Revue de l'ADOQ, Expertises didactiques Lyons Inc., 55p.

Blouin, P. & Lemoyne, G. (2002). *L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficultés d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets*. Petit x. 58. 7-23.

Briand, J. & Chevalier, M.-C. (1995). *Le statut de l'erreur*. Dans *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*. Paris : Hachette-Éducation. 316-327.

Brodeur, M., Poirier, L. Laplante, L. & collaborateurs. (2015). *Référentiel de compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie*. Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie. Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec (ADEREQ) : document inédit.

Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*. Nadine Bednarz, Catherine Garnier. Construction des savoirs Obstacles et Conflits, CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc.1-63.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2000-2001). *Les erreurs des élèves en mathématiques. Études dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques*, Petit x, IREM de Grenoble, 5-30.

Champlain, D., Mathieu, P. et Tessier, H. (1990). *Petit lexique mathématique*. Les éditions du Triangle d'Or inc., Beauport. 383p.

Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux., J. (2006). *Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : Le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé*. Dans Doudin, P.-A. et Lafortune, L. (2006). *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers*. Presses Université du Québec, p.118-14.



Connolly, A. J. (2000). *KeyMath 2, Canadian edition. Test diagnostique, Inventaire diagnostique*. NCS Pearson Inc.

Connolly, A. J. (2008). *KeyMath 3, Canadian edition. Test diagnostique, Inventaire diagnostique*. NCS Pearson Inc.

De Kee, S. (1996). *L'analyse d'erreurs appliquée à l'algorithme de division*. Instantanés mathématiques. 6-20.

Dionne, J. & Deblois, L. (1995). *Modèle utilisé pour définir la compréhension des concepts mathématiques*. Dans St-Laurent, L., Giasson, J., Simard, C., Dionne, J.J. & collaborateurs, *Programme d'intervention auprès des élèves à risque. Une nouvelle option éducative*. Boucherville : Gaëtan Morin Éditeur. 199-213.

Faculté des sciences de l'éducation. Université du Québec à Montréal. (2020). [https://etudier.uqam.ca/programme?code=7489#bloc\\_cours](https://etudier.uqam.ca/programme?code=7489#bloc_cours)

Fortier-Morreau, G. (2016). *Analyse didactique d'un outil d'évaluation orthopédagogique sur les structures multiplicatives*. Université du Québec à Montréal. Service des bibliothèques. 271p.

Gautheron, S. (2015). *Influence des variables didactiques sur la résolution d'un problème d'énumération en maternelle*. Situation « Un chien dans chaque niche ». Master : Académie de Grenoble.

Giroux, J. & Sainte-Marie, A. (2015). *Approche didactique en orthopédagogie des mathématiques dans le cadre d'un partenariat*. La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation, n.70-71, 2<sup>e</sup> trimestre, 195-207

Hord, C. & Newton, J.A. (2014). *Investigation Elementary Mathematics Curricula: Focus on Students With Learning Disabilities*. School Science and Mathematics, 114(4), 191-201

Kotalawala, N. & Melancia, G. (2016). *Comment jouer sur les variables didactiques pour adapter les exercices d'aire des moyens d'enseignement COROME de la 8PH pour les élèves présentant des difficultés en mathématiques ?* Master : Université. Genève

Loyer, M-C. (2019). *Le rôle de collaboration des orthopédagogues avec les enseignants dans un but de soutien à l'enseignement-apprentissage*. Université du Québec à Trois-Rivières, 156p.

Mary, C., Squalli, H., Theis, L. & Deblois, L. (2014). *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : regard didactique*. Québec : PUQ.

- Ministère de l'Éducation. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire, Mathématique*. Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 22p.
- Ministère de l'Éducation. (2002). *Échelles des niveaux de compétence, Enseignement primaire*. Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 125p.
- Ministère de l'Éducation. (2004). *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire, Premier cycle, Mathématiques*. Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 35p.
- Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématiques*. Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 61p.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2009). *Programme de formation de l'école québécoise, Progression des apprentissages au primaire, Mathématiques*, Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 24p.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2012). *Agir autrement en mathématiques pour la réussite des élèves en milieu défavorisé*. Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 62p.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2016). *Programme de formation de l'école québécoise, Progression des apprentissages au secondaire, Mathématique*, Gouvernement du Québec, Bibliothèque et Archives nationales du Québec. 46p.
- Nantais, N. (1991). *Analyse d'erreurs appliquée aux algorithmes arithmétiques*. Instantanés mathématiques. 5-11.
- Normandeau, M.-P. (2010). *Erreurs arithmétiques des élèves et interventions de l'enseignant débutant : une analyse didactique en termes de schèmes*. Faculté des sciences de l'éducation. Université de Montréal. 445p.
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. Éditions du Renouveau pédagogique Inc. Canada Erpi. 189p.
- Rajotte, T., Giroux, J. & Voyer, D. (2014) *Les difficultés des élèves du primaire en mathématiques, quelle perspective d'interprétation privilégier?* Revue des sciences de l'éducation de McGill, 49, 67-88
- Rossi, S. & Lubin, A. (2017). *Biais de raisonnement dans la cognition mathématique : origines et remédiation*. Rééducation orthophonique, 269, 161-176
- Service d'orthopédagogie. (2016). *Activités évaluatives orthopédagogiques*. Centre de services scolaires de l'Énergie.

Trépanier, N. & Paré, M. (2010). *Des modèles de service pour favoriser l'intégration scolaire*. Québec : Presses de l'Université du Québec, 363p.

Université du Québec à Trois-Rivières. (2019), [https://oraprdnt.uqtr.quebec.ca/pls/apex/f?p=106:10:::10:P10\\_CD\\_PGM,P10\\_RECH\\_CRITERE,P10\\_RECH\\_VALEUR,P10\\_RECH\\_DESC:7088,P2\\_CYCLE\\_PGM,1,%5CPremier%20cycle%5C](https://oraprdnt.uqtr.quebec.ca/pls/apex/f?p=106:10:::10:P10_CD_PGM,P10_RECH_CRITERE,P10_RECH_VALEUR,P10_RECH_DESC:7088,P2_CYCLE_PGM,1,%5CPremier%20cycle%5C)

Vergnaud, G. (1983). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne. Peter Lang. 213p.

Vergnaud, G. (1991). *La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques*. 10(2-3), 133-170

Vergnaud, G. (2013). *Compétence, activité et conceptualisation*. Rencontre de la CIEAEM, Turin, 81-97

## **Appendice A**

Description du questionnaire aux participants

Tableau 16  
Description du questionnaire aux participants

	Questions	Types de réponse
Section 1 : Établissement du portrait des participants et de leur type d'évaluation orthopédagogique en mathématiques	Quel est votre corps d'emploi?	Choix de réponse <ul style="list-style-type: none"> <li>- Orthopédagogue professionnel</li> <li>- Enseignant orthopédagogue</li> <li>- Conseiller pédagogique en mathématiques</li> <li>- Conseiller pédagogique en adaptation scolaire</li> </ul>
	À quel niveau scolaire êtes-vous rattaché dans le cadre de votre emploi? (Sélectionner plus d'une réponse si nécessaire)	Choix de réponse <ul style="list-style-type: none"> <li>- Premier cycle du primaire</li> <li>- Deuxième cycle du primaire</li> <li>- Troisième cycle du primaire</li> <li>- Premier cycle du secondaire</li> <li>- Deuxième cycle du secondaire</li> </ul>
	Dans le cadre de votre travail, réalisez-vous des évaluations orthopédagogiques en mathématiques?	Choix de réponse <ul style="list-style-type: none"> <li>- Oui</li> <li>- Non</li> </ul>
	Si vous réalisez des évaluations orthopédagogiques en mathématiques, quel(s) objectif(s) visez-vous par ces évaluations? (Sélectionner plusieurs réponses si nécessaire).	Choix de réponse <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier des pistes d'intervention selon les besoins de l'élève en mathématiques</li> <li>- Émettre une hypothèse d'un trouble ou d'un handicap afin de diriger l'élève vers d'autre(s) évaluation(s)</li> <li>- Émettre un jugement en lien avec le classement de l'élève en mathématiques</li> <li>- Autre</li> </ul>
	Si vous avez répondu « Autre » à la question 4, précisez le ou les objectifs poursuivis par votre évaluation orthopédagogique en mathématiques.	Réponse à développement
	Lors d'évaluation orthopédagogique en mathématiques, lequel ou lesquels des champs mathématiques suivants évaluez-vous? (Sélectionner plus d'une réponse si nécessaire).	Choix de réponse <ul style="list-style-type: none"> <li>- Arithmétique – sens du nombre</li> <li>- Arithmétique – sens des opérations</li> <li>- Arithmétique – opérations sur des nombres</li> <li>- Algèbre</li> <li>- Mesure</li> <li>- Géométrie</li> <li>- Statistiques</li> <li>- Probabilités</li> </ul>

Section 2 : Établissement du portrait des outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques utilisés dans la région	Dans le cadre de votre travail, utilisez-vous des outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques standardisés ou « maison »?	<p>Choix de réponse</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Toujours des outils standardisés</li> <li>- La majorité du temps des outils standardisés et parfois des outils « maison »</li> <li>- Environ la moitié du temps des outils standardisés et des outils « maison »</li> <li>- Plus souvent des outils « maison » et parfois des outils standardisés</li> <li>- Toujours des outils « maison »</li> </ul>
	Parmi les outils d'évaluation standardisés suivants, lesquels avez-vous déjà utilisés dans le cadre de votre travail? (Sélectionner plus d'une réponse si nécessaire).	<p>Choix de réponse</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Évaluation diagnostique KeyMath 3 : édition canadienne</li> <li>- Évaluation diagnostique KeyMath 2 : édition canadienne</li> <li>- Test de rendement individuel de Wechsler (WIAT)</li> <li>- Aucun</li> </ul>
	Parmi les outils d'évaluation standardisés suivants, lesquels avez-vous utilisés depuis septembre 2018 dans le cadre de votre travail? (Sélectionner plus d'une réponse si nécessaire).	<p>Choix de réponse</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Évaluation diagnostique KeyMath 3 : édition canadienne</li> <li>- Évaluation diagnostique KeyMath 2 : édition canadienne</li> <li>- Test de rendement individuel de Wechsler (WIAT)</li> <li>- Aucun</li> </ul>
	Combien d'outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques différents utilisez-vous depuis septembre 2018?	Réponse à développement
	Parmi les outils que vous utilisez (voir question 10), combien sont des outils de nature standardisée et combien sont des outils de nature « maison »?	Réponse à développement
	Dans l'espace ci-dessous, décrivez chacun des outils utilisés depuis septembre 2018 en inscrivant le titre / l'auteur / l'éditeur.	Réponse à développement
	Parmi les outils d'évaluation orthopédagogique en mathématiques décrits à la question 12, lequel ou lesquels proposent des pistes d'intervention à réaliser suite à l'évaluation? (Nommer seulement le titre / l'auteur de l'outil).	Réponse à développement

## **Appendice B**

Données brutes du questionnaire aux participants

Tableau 17

*Portrait des participants*

	Total des répondants	Répondants travaillant auprès du 1 <sup>er</sup> cycle du primaire	Répondants travaillant auprès du 2 <sup>e</sup> cycle du primaire	Répondants travaillant auprès du 3 <sup>e</sup> cycle du primaire	Répondants travaillant auprès du 1 <sup>er</sup> cycle du secondaire	Répondants travaillant auprès du 2 <sup>e</sup> cycle du secondaire	Évaluations orthopédagogiques en mathématiques	Sans évaluations orthopédagogiques en mathématiques
Orthopédagogue professionnel	33	22	26	24	8	8	22	11
Enseignant orthopédagogue	12	9	8	8	0	0	4	8
Conseiller pédagogique en mathématiques	3	2	2	2	1	1	1	2
Conseiller pédagogique en adaptation scolaire	1	1	1	1	1	1	0	1
Total	49	34	37	35	10	10	27	22



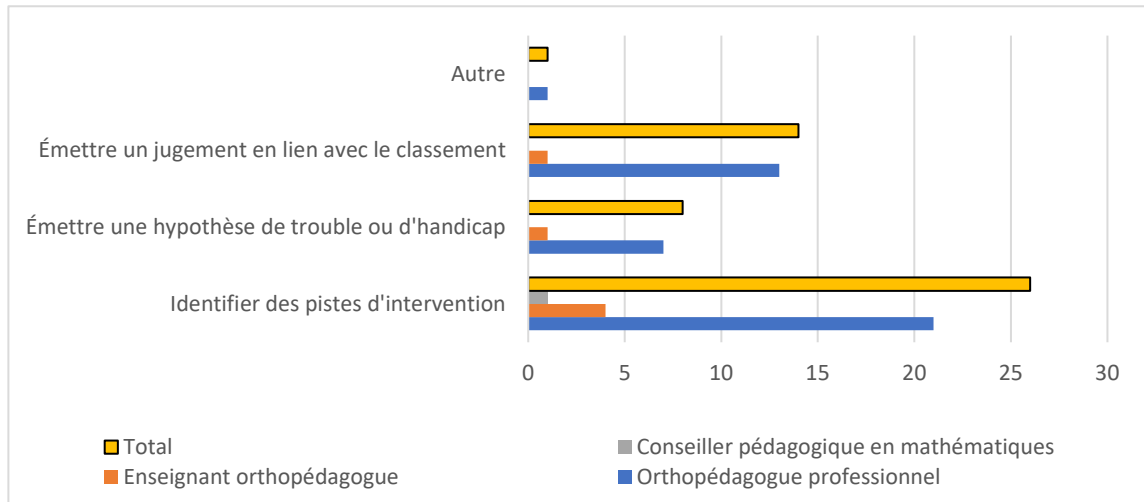


Figure 2. Objectifs d'évaluation.

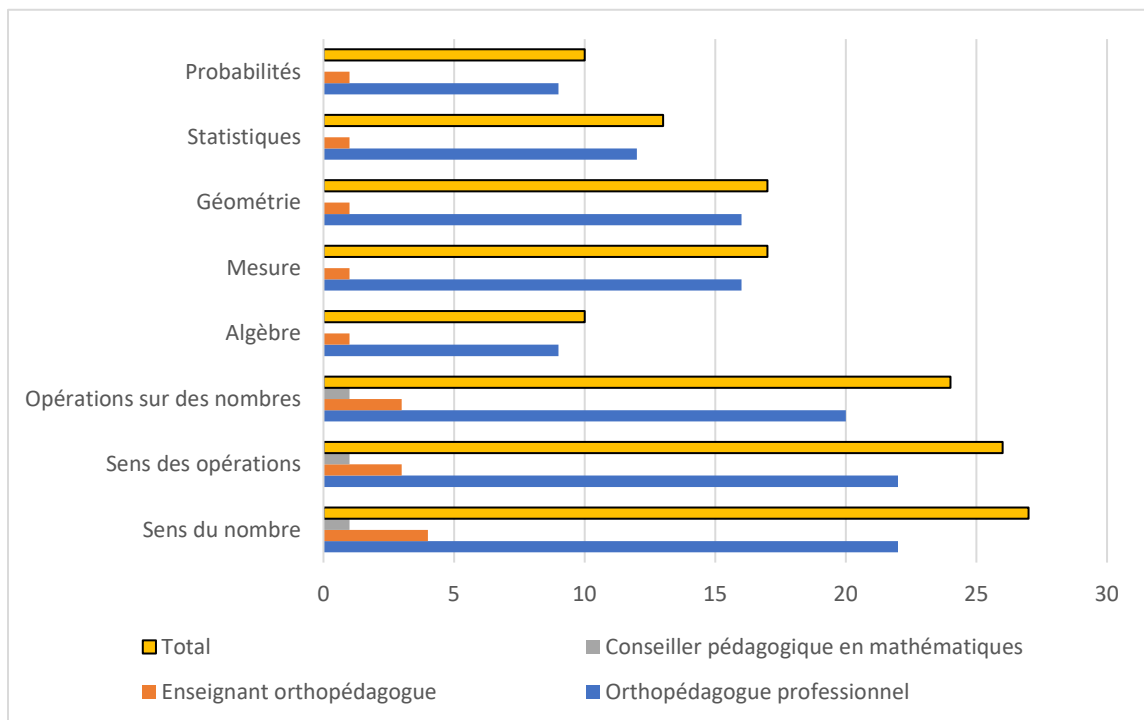


Figure 3. Champs mathématiques évalués

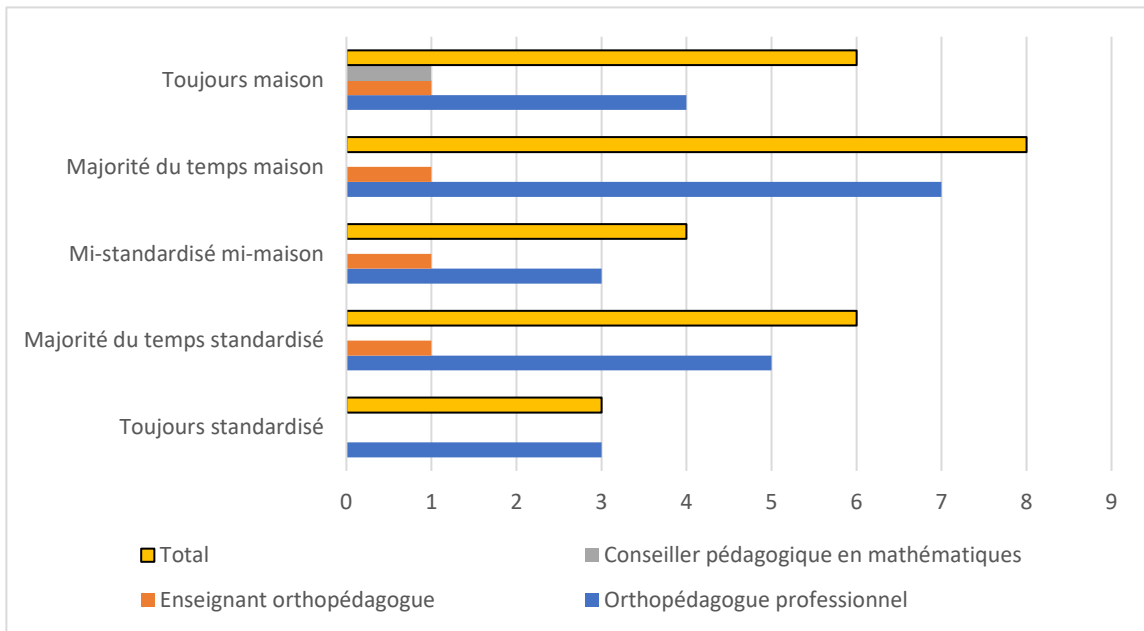


Figure 4. Types d'outils d'évaluation utilisés.

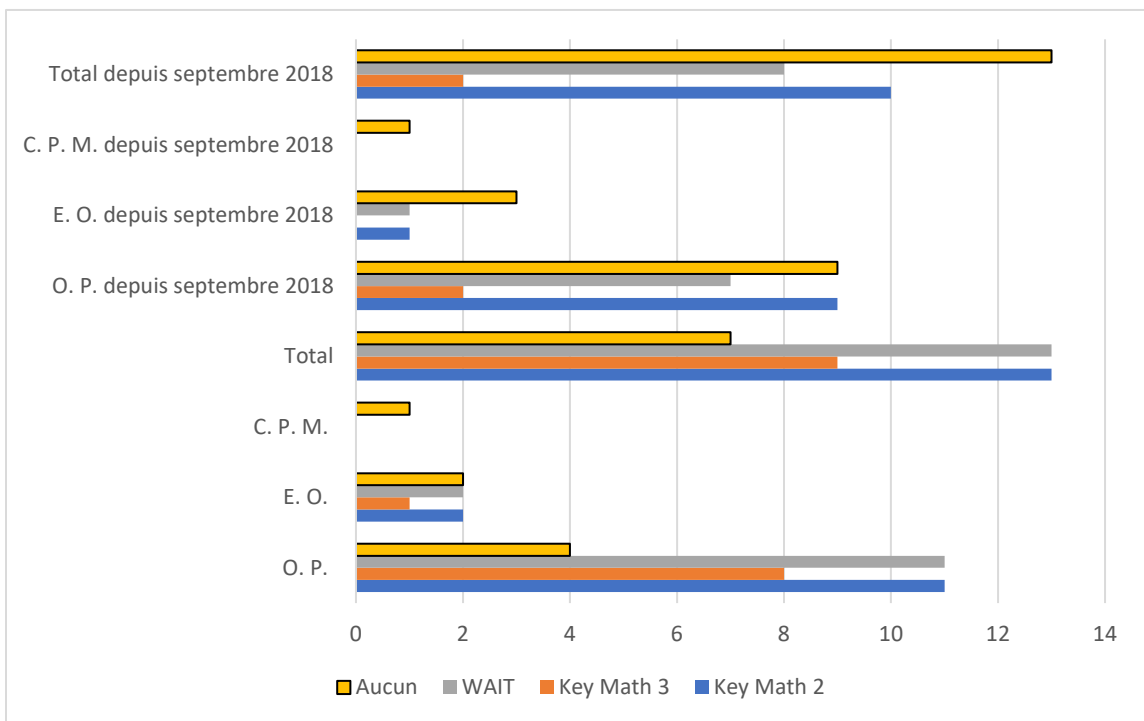


Figure 5. Outils d'évaluation standardisés utilisés.

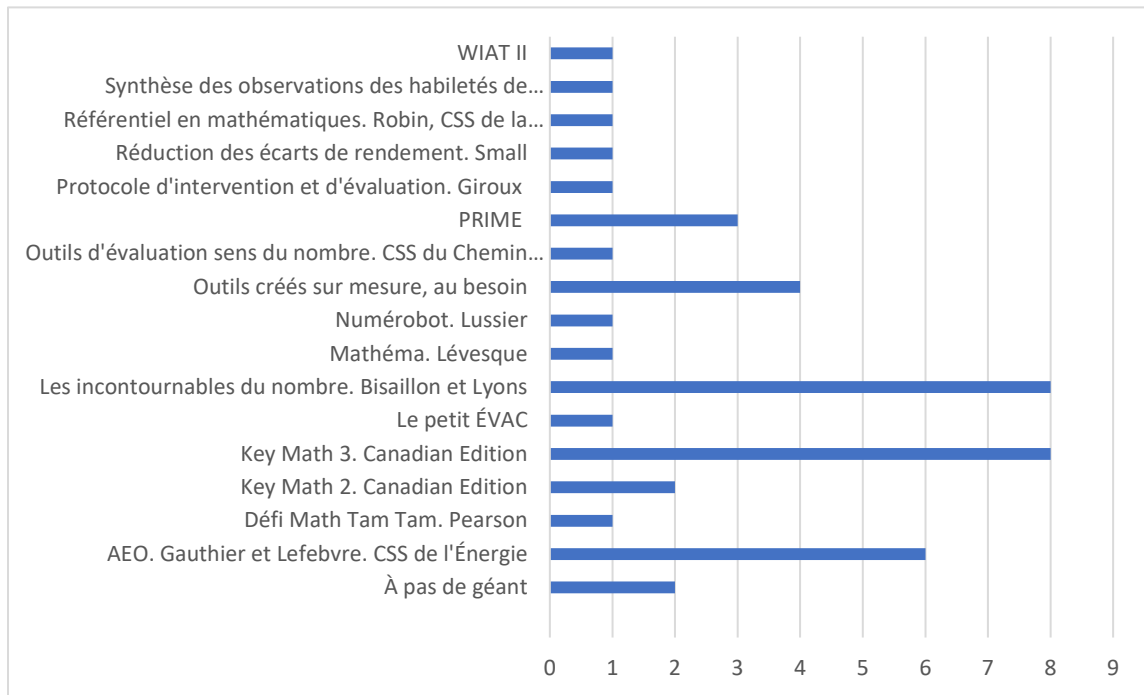


Figure 6. Outils recensés utilisés pour évaluer les mathématiques

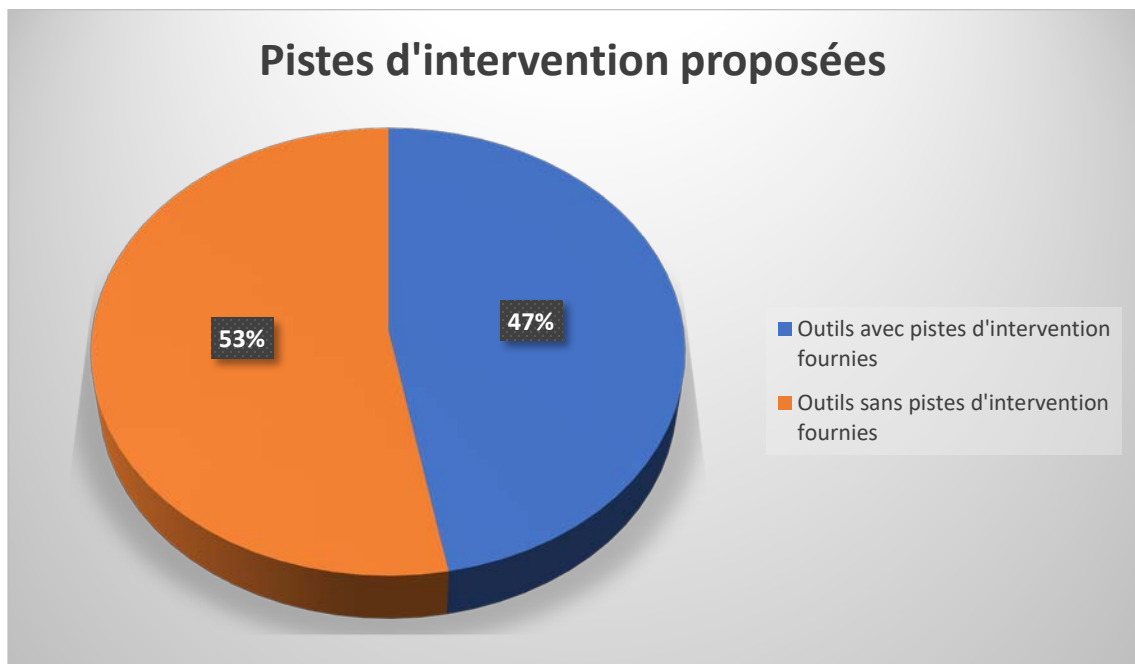


Figure 7. Pistes d'intervention proposées.

## **Appendice C**

Données brutes de l'analyse des items des deux outils sélectionnés

Tableau 18

*Données brutes de l'analyse des items sur le calcul – AEO*

Structure / Nature	Niveau scolaire par cycle (valeur/écriture)	Type de tâche demandée	Type de présentation des calculs	Caractéristiques ayant un impact sur leur niveau de complexité (valeurs des données numériques)	
Structure additive : 122	N :97	1CP : 48 (A :24, B :19, C :5)	N+N :18 ?+N=N N-N :18 :3 N+?=N :3 N-?=N :3 ?-N=N :3	PH :42 PV :6	RET :1 (C :1) EMP :3 (C :3)
		2CP :38 (B :14, C :6, D :18)	N+N :9 ?+N=N N-N :9 :5 N+?=N :5 ?-N=N :5 N-?=N :5	PH :20 PV :18	RET :9 (D :9) EMP :9 (D :9) ZÉR :5 (D :5)
		3CP : 9 (C :1, D :8)	N+N :2 N+?=N N-N :2 :2 ?-N=N :2 N-?=N :1	PH :5 PV :4	RET :2 (D :2) EMP :2 (D :2) ZÉR :2 (D :2)
		1CS : 2 (D :2)	N+?=N :1 N-?=N :1	PH :2	Non applicable
	Q :25	2CP : 9 (B :8, C :1/DÉC :9)	N+N :5 N-N :4	PH :3 PV :6	RET :1 (B :1) W,X :1, W,XY :2, EMP :1 (B :1) W,OY :1, VW,X :5, ZÉR :3 (B :3) VW,XY :4, UVW,X :1
		3CP : 4 (A :1, B :2, C :1/ DÉC :4)	Q+Q :2 Q-Q :2	PH :4	W,X :2, W,XY :1, VW,XY :3, UVW,X :1, UVW,OY :1
		3CP : 12 (A :4, B :8/ FRA :12)	Q+Q :5 N+Q :1 Q+Q+Q :2 Q+N :1 Q-Q :3	PH :6	m/n<1 :11 m/n>1 :1 FDM :12 N-F :1
Structure multiplicative :77	N :61	2CP : 47 (A :10, B :22, C :15)	NxN :15 Nx?=N N÷N :14 :5 ?xN=N :5 N÷?=N :4 ?÷N=N :4	PH :37 PV :10	RET :9 (B :4, C :5) UN :1 (C :1) ZÉR :2 (C :2)
		3CP : 11 (B :1, C :5, D :5)	NxN :4 N÷N :7	PH :3 PV :8	RET :3(C :3) RES :2(D :2) UN :1(D :1) ZÉR :1(C :1) CM :2(B :1, 2+MD :1(C :1) C :1)
		1CS :3 (C :1, D :2)	Nx?=N :1 NxN :1 ?÷N=N :1	PH :3	Non applicable
	Q :16	3CP :9 (B :5, C :3, D :1/ DÉC :9)	QxQ :3 QxN :2 Q÷N :4	PH :9	0,X :1, W,X :2, W,OY :1, VW,X :1, VW,XY :1, UVW,X :2, UVW,XY :1, STUVW,XY :1
		3CP : 4 (A :2, B :2/ FRA :4)	NxQ :2 QxN :2	PH :4	m/n<1 :4 FDM :4
		1CS :3 (B :1, C :2/ FRA :3)	$\frac{N}{?} = \frac{N}{?} :1$ $\frac{N}{?} =$ $\frac{?}{N} = \frac{N}{?} :1$ $\frac{?}{N} =$ $\frac{N}{?} :1$	PH :3	FDM :3

Tableau 18 (suite)

## Données brutes de l'analyse des items sur le calcul – AEO

Structure mixte :10	N :8 (A :1, B :1, C :1)	3CP : 3	$N^N + N \times N \div (N - N) : 1$	PH :3	EXP :2	
		(A :1, B :1, C :1)	$(N - N) \div (N - N) - N \times N : 1$ $N \times N^N + N \div N - (N - N) : 1$		+2NBR :3	
	Q :2	1CS : 5 (A :1, B :4)	$N \times N^N + (N - N) \div N - N : 1$ $(N + N) \times N^N - N \times N : 1$ $Ny - N = N : 1$ $N(y + N) + N = N : 1$ $N - N(Ny + N) = N : 1$	PH :5	+2NBR :5	
		1CS :1 (B :1/ DÉC :1)	$(Z + Q)^N \times N - (Z - Q) : 1$	PH :1	W,X :4	+2BNR :1
		1CS :1 (A :1/ FRA :1)	$\frac{y}{N} - N : 1$	PH :1	FDM :1	
Total :209	N :166 Q :43	1CP : 48 A :44 2CP :94 B :88 3CP :52 C :41 1CS :15 D :36	x :40 - : 58 ÷ :34 Mixte : + :64 13	PH :151 PV :58	RET :25 EMP :15 ZÉR :13 UN :2 RES :2	CM :2 2+MD :1 +2NBR :9 EXP :2 FDM :20

Tableau 19

*Données brutes de l'analyse des items sur le sens – AEO*

Type de structure / Nature des nombres	Niveau scolaire par cycle (valeur numérique/écriture)	Type de mise en relation des données numériques (valeur numérique/écriture)	Caractéristiques de la présentation des tâches influençant la complexité (type de mise en relation des données numériques/écriture)	
Structure additive : 18	N : 18	1CP : 12 (A : 3, B : 7, C : 2)	CO-MS : 6 (B : 5, C : 1) TR-M : 4 (A : 2, B : 2) RE-MS : 2 (A : 1, C : 1)	M-E-S : 12 (CO-MS : 6, TR-M : 4, RE-MS : 2)
		2CP : 5 (A : 1, B : 3, C : 1)	CO-MS : 3 (A : 1, B : 1, D : 1) CO-TRS : 2 (B : 2)	ÉN-C : 2 (CO-MS : 2) M-E-S : 3 (CO-MS : 1, CO-TRS : 2)
		1SC : 1 (A : 1)	CO-TRS : 1 (A : 1)	ÉN-C : 1 (CO-TRS : 1)
Structure multiplicative : 11	N : 6	2CP : 4 (A : 2, B : 2)	SCA : 2 (A : 1, B : 1) ISO : 2 (A : 1, B : 1)	M-E-S : 4 (SCA : 2, ISO : 2)
		3CP : 1 (C : 1)	ISO : 1 (C : 1)	M-E-S : 1 (ISO : 1)
		1CS : 1 (C : 1)	ISO : 1 (C : 1)	ÉN-C : 1 (ISO : 1)
	Q : 5	2CP : 1 (B : 1/FRA : 1)	ISO : 1 (B : 1)	M-E-S : 1 (ISO : 1)
		1CS : 4 (A : 1/FRA : 1, C : 3/DÉC : 3)	SCA : 1 (C : 1/DÉC : 1) ISO : 2 (A : 1/FRA : 1, C : 1/DÉC : 1) PRO : 1 (C : 1/DÉC : 1)	ÉN-C : 2 (ISO : 1/DÉC : 1, PRO : 1/DÉC : 1) M-E-S : 2 (SCA : 1/DÉC : 1, ISO : 1/FRA : 1)

Tableau 19 (suite)

*Données brutes de l'analyse des items sur le sens – AEO*

Structure mixte : 20	N :10	2CP :4 (A :2, B :2)	CO-MS :2 (A :2) TR-M :1 (B :1) RE-MS :1 (B :1) SCA :2 (A :1, B :1) ISO :2 (A :1, B :1)	M-E-S :4 (CO-MS :2, TR-M :1, RE-MS :1, SCA :2, ISO :2) *IN-S :1 (TR-M :1, SCA :1)
		3CP :1 (D :1)	RE-MS :1 (D :1) SCA :1 (D :1)	M-E-S :1 (RE-MS :1, SCA :1)
		1CS :5 (A :3, B :2)	CO-MS :1 (A :1) RE-MS :4 (A :2, B :2) SCA :4 (A :2, B :2) PRO :1 (A :1)	ÉN-C :5 (CO-MS :1, RE-MS :4, SCA :4, PRO :1) *IN-S :1 (CO-MS :1, PRO :1)
	Q :10	3CP :3 (A :1/FRA :1, B :2/DÉC :2)	CO-MS :3 (A :1/FRA :1, B :2/DÉC :2) SCA :1 (A :1/FRA :1) ISO :1 (B :1/DÉC :1) PRO :1 (B :1/DÉC :1)	M-E-S :3 (CO-MS :3/FRA :1, DÉC :2, SCA :1/FRA :1, ISO :1/DÉC :1, PRO :1/DÉC :1)
		1CS :7 (A :2/POU :1, DÉC :1, B :3/DÉC :3, C :2/FRA :1, POU :2, DÉC :1)	CO-MS :3 (B :3/DÉC :3) RE-MS :1 (A :1/DÉC :1) CO-TRS :1 (C :1/FRA :1, POU :1, DÉC :1) TR-ER :2 (A :1/POU :1, C :1/POU :1) SCA :3 (A :1/DÉC :1, B :1/DÉC :1, C :1/FRA :1, POU :1, DÉC :1) ISO :2 (A :1/POU :1, C :1/POU :1) PRO :2 (B :2/DÉC :2)	ÉN-C :5 (CO-MS :2/DÉC :2, RE-MS :1/DÉC :1, TR-ER :2/POU :2, SCA :1/DÉC :1, ISO :2/POU :2, PRO :2/DÉC :2) M-E-S :2 (CO-MS :1/DÉC :1, CO-TRS :1/FRA :1, POU :1, DÉC :1, SCA :2/FRA :1, POU :1, DÉC :2) *IN-S :4 (CO-MS :2/DÉC :2, TR-ER :2/POU :2)
Total :49	N :34 Q :15	1CP :12    B :22 2CP :14    C :10 3CP :5     D :1 1CS :18    FRA :4 A :16      POU :3 DÉC :10	CO-MS :18    TR-ER :2 TR-M :5        SCA :14 RE-MS :9      ISO :12 CO-TRS :4     PRO :5	ÉN-C :16 M-E-S :33 *IN-S :6/49



Tableau 20

## Données brutes de l'analyse des items sur le calcul – KeyMath 3

Type de structure	Nature des données (valeur des données)	Type de tâche demandées	Type de calcul (type de présentation des calculs)	Caractéristiques des calculs ou des données ayant un impact sur leur niveau de complexité (valeurs des données numériques)	
Structure additive : 62	Z- :3, N :45 (A :19, B :16, C :13)	N+N :19 N-N :19 (Z-)+N+(Z-) :1 (Z-)-N :1 (N+N) + (N-N- N) :1	(N-N+N) - (N-N+N-N) :1 N+N+N :4 N+N-N :1 N+N+N+N :1	CÉ :24 (PH :10, PV :14) CM :24	EXP : 1 IN-AL : 2 RET : 4 EMP : 4 ZÉR : 7 *+2NBR :10
	Q :5 (A :2, B :2, C :1/ DÉC :5)	Q+N :1 Q+Q+Q :1	N+Q+Q :1 Q-Q :2	CÉ :4 (PH :1, PV :3) CM :1	0,XY :2, 0,XYZ :2, W,X :1, W,XYZ :1, VW,X :2. VW,XY :1, UVW,XY :1 RET : 2 EMP :1 +2NBR :2
	Q :9 (A :9/ FRA :9)	Q+Q :4 Q+N :1 Q-Q :3 N-Q :1		CÉ :7 (PH :6, PV :1) CM :2	FDM :6 FDC :3 1/n :2 m/n<1 :8 m/n>1 :1 N-F :1 IN-AL :1
Structure multiplicative : 39	Z- :2, N :23 (A :8, B :8, C :7, D :2)	NxN :12 N÷N :11	(Z-)xN :1 (Z-)÷(Z-) :1	CÉ :19 (PH :6, PV :13) CM :6	RET :1 2+MD :4 ZÉR :5 UN :1 EXP :1
	Q :7 (A :4, B :3/ DÉC :7)	QxQ :2 Q÷Q :2 N÷Q :1 Q÷N :2		CÉ :5 (PH :1, PV :4) CM :2	0,X :3, 0,XY :1, W,X :1, W,XY :1, VW,X :1, VW,XY :1 2+MD :1 RES :1 ZÉR :5
	Q :7 (A :5, B :2/ FRA :7)	QxN :1 QxQ :2 NxQ :1	Q÷Q :2 N÷Q :1	CÉ :5 (PH :5) CM :2	IN-AL :1 FDM :7 1/n :4 m/n<1 :4 m/n>1 :3 N-F :1
Structure mixte :4	Z- :1, N :3 (A :1, B :2, D :1)	(N-N) x (N+N) :1 $\frac{N-N}{N-N}$ :1 NxN+NxN+N :1 NxN=N ET N-N :1		CÉ :2 (PH :2) CM :2	+2NBR :3 IN-AL :1
Total : 105	105 : Z- :6, N :71, Q :28 (A :48, B :33, C :21, D :3)	+ :33 - :26 x :19 ÷ :20 MIXTE :7		CÉ :66 (PV :35, PH :31) CM :39	EXP :2 IN-AL :4 RET :7 EMP :5 ZÉR :21 +2NBRS :15 2+MD :4 UN :1 RES :1

Tableau 21

*Données brutes de l'analyse des items sur le sens – KeyMath 3*

Type de structure	Nature des nombres / valeur des données	Type de mise en relation des données numériques	Caractéristiques de la présentation des tâches influençant la complexité (type de mise en relation des données numériques/écriture)
Structure additive : 26	N :25 (A :19, B :5, C :1)	CO-MS :7 (A:5, B:2) TR-M :6 (A:6) RE-MS :8 (A:7, B:1) CO-TRS :3 (A:1, B:2) TR-ER :1 (C:1)	CH-R :2 (CO-TRS :1, TR-M :1) ÉN-C :8 (CO-MS :1, TR-M :2, RE-MS :3, CO-TRS :2) M-E-S :15 (CO-MS :6, TR-M :3, RE-MS :5, TR-ER :1) *IN-S :10 (CO-MS :5, TR-M :1, RE-MS :3, CO-TRS :1, TR-ER :1)
	Q :1 (C :1/ DÉC :1)	CO-MS :1 (C:1)	M-E-S :1 (CO-MS :1) IN-S :1 (CO-MS :1)
Structure multiplicative :13	N : 12 (A :4, B :7, C :1)	SCA :6 (A:2, B:4) ISO :3 (A:1, B:2) PRO :3 (A:1, B:1, C:1)	CH-R :2 (SCA :1, PRO :1) ÉN-C :3 (SCA :2, ISO :1) M-E-S :7 (SCA :3, ISO :2, PRO :2) *IN-S :2 (SCA :1, PRO :1)
	Q :1 (C :1/DÉC :1)	ISO :1 (C:1)	M-E-S :1 (ISO :1)
Structure mixte :8	N :5 (A :2, B :2, D :1)	CO-MS :3 (A:2, D:1) TR-M :1 (B:1) RE-MS :1 (B:1) SCA :2 (B:2) PRO :3 (A:2, D:1)	CH-R :1 (CO-MS :1, PRO :1) ÉN-C :1 (TR-M :1, SCA :1) M-E-S :3 (CO-MS :2, RE-MS :1, SCA :1, PRO :2) *IN-S :1 (CO-MS :1, PRO :1)
	Q :3 (A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1, D :1/ POU :1)	TR-M :1 (B :1/ FRA :1) RE-MS :2 (A:1/ DÉC:1, D:1/ POU:1) SCA :2 (A :1/ DÉC :1, B :1/ FRA :1) ISO :1 (D:1/ POU:1)	ÉN-C :1 (TR-M :1, SCA :1) M-E-S :2 (RE-MS :2, SCA :1, ISO :1)
Total :47	N :42, Q :5, DÉC :3, POU :1, FRA :1 (A :26, B :15, C :4, D :2)	CO-MS :11 TR-ER :1 TR-M :8 SCA :10 RE-MS :11 ISO :5 CO-TRS :3 PRO :6	CH-R :5 ÉN-C :13 M-E-S :29 *IN-S :13